4°
Math. P.
395

Math P 395
269.
Matheſis. Geometria applicata
437.

R

Neue und erleichterte Methode,

den

Inhalt geradelinichter Flächen zufinden,

ad Conv. Monac. und dieſelben O. Er. S. Aug.

ohne Rechnung einzutheilen.

Beſonders vortheilhaft auf die

Entſcheidung

derer

Grenz=Streitigkeiten

angewendet

von

Chriſtian Heinrich Wilke.

R

Mit Kupfern.

Halle im Magdeburgiſchen,
zu finden in der Rengerſchen Buchhandlung.
1757.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Geehrter Leſer.

§. 1.

Die Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten iſt eine Aufgabe der practiſchen Geometrie, deren Auflöſung im gemeinen Leben häufig verlangt wird. Seit dem ich etliche Sommer-Halbe-Jahre nebſt einigen meiner Freunde, zu deren Dienſt ich folgende Bogen aufgeſetzt, mich mit dem Feld-Meſſen beſchäftiget, ſo habe ich erfahren, daß verſchiedene unter ihnen blos

aus der Uhrſach ſich meines geringen Unterrichts bedieneten, damit ſie, in vorkommenden Fällen, eine Grenz-Streitigkeit richtig zuentſcheiden, im Stande ſeyn mögten: ia, einige verlangten weiter gar nichts, als dieſes, von mir zuwiſſen. Da ich mich nun vorher nach ihrer Erkenntniß in der Rechen-Kunſt und gemeinen Geometrie erkundigte, welches ich iederzeit zuthun pflege, damit ich nichts auf dem Felde mit ihnen vornehmen mögte, wovon ſie gar keinen Begriff hätten; dabey aber inne wurde, daß es ihnen an den erſten Gründen beider Wiſſenſchaften fehlete: ſo merkte ich, daß ſie die Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten blos vor eine Kunſt hielten, ſich mit denen zur practiſchen Geometrie nöthigen Inſtrumenten auf dem Felde handwerksmäßig zuverhalten.

§. 2.

Es kann ſeyn, daß dieſes Vorurtheil daher entſtanden iſt, weil man ſo wohl die Bauren als Gelehrten feldmeſſen ſiehet, ohngeachtet man bey denen erſtern keine Mathematic vermuthet. Ob es nun gleich zuwünſchen wäre, daß von einem iedweden,

welcher

welcher Anweiſung in der practiſchen Mathematic verlanget, richtig vorausgeſetzt werden kónte, daß er die nöthigen Gründe derſelben zuvor inne habe; ſo wird man doch dieſes Zutrauen alsdenn erſt haben können, wenn auf Univerſitäten nicht mehr nöthig ſeyn wird, die allererſten Anfangs-Gründe öffentlich zulehren.

§. 3.

Dem ſeye aber wie ihm wolle. Ich wenigſtens habe nie ſo kühn ſeyn können, eine Wiſſenſchaft mit iemandem von hinten anzufangen, die Zeit zuverderben, und ihn auf dieſe Weiſe zuhintergehen: ſondern mein Raht iſt geweſen, ſich vorher die ſogenannte matheſin puram genau bekant zumachen, ehe man dieſelbe auf das Feld-Meſſen anwenden wolle. Denn ich halte davor, daß die practiſche Geometrie überhaupt nichts anders ſey, als eine Fertigkeit, dasienige, in vorkommenden Fällen, ſo gut als möglich, anzuwenden, was man in der Theorie gelernt hat. Daß man die theoretiſchen Gröſſen von denen phyſiſchen genau unterſcheide, und aus dieſem Grunde die Regeln

herleite, nach welchen die in der Ausübung unvermeidlichen Fehler ſo viel und ſorgfältig müſſen vermieden und verkleinert werden, als immer geſchehen kann. Ja, daß man im Stande ſey, vor ſich ſelbſt die Auflöſung ſolcher Aufgaben zuerfinden, welche in beſondern Fällen verlangt, und in denen theoretiſchen Anweiſungen nicht angetroffen werden: zumal, da die meiſten, welche in Teutſcher Sprache herausgekommen, zu der Feld-Meß-Uebung unzureichend ſind. Will aber iemand mit Nutzen die Rechen-Kunſt und Geometrie erlernen, ſo, daß es ihm an der Theorie nicht fehle, wenn er Anwendungen machen will, ſo rahte ich, ſo wohl wegen der Leichtigkeit, Vollſtändigkeit und Kürze, des vortreflichen compendii des **Herrn** von Segner (Elementa arithmeticae, geometriae et calculi geometrici), welches neulich in der Rengerſchen Buch-Handlung alhier wiederum verbeſſert und vermehrt aufgelegt iſt, oder deſſen Teutſchen Werkes (**Vorleſungen über die Rechen-Kunſt und Geometrie**), wer etwas ausführlichers und mit mehrern Erläuterungen verlangt, ſich zubedienen.

§. 4.

§. 4.

So vollſtändig aber ein Werk von denen Anfangs-Gründen der Mathematic auch immer ſeyn mag, ſo kann man doch nicht verlangen, daß es alle und iede Aufgaben der practiſchen Geometrie, oder derer übrigen Theile der Mathematic, in ſich enthalten ſolte; ſondern es iſt dadurch in ſeiner Art ſchon vollſtändig genug, daß man in demſelben die vornehmſten Gründe antrift, welche ſich durch dieſe Wiſſenſchaft überhaupt erſtrecken. Dieſe letztern bedürfen in der practiſchen Geometrie keines Beweiſes; weil man ſonſt auf unnütze Wiederholungen und Weitläuftigkeiten geriethe: folglich iſt es genug, wenn man nur die geſchickte Anwendung derſelben zeigt.

§. 5.

Nach dieſer Regel hat man ſich bisher in der Anwendung der Geometrie billig gerichtet: ſie iſt aber gar bald von vielen, entweder, weil ſie eine richtige Erkenntniß nützlicher Wahrheiten überhaupt vor nichts achten, oder zu derſelben ungeſchickt ſind, oder aus beiden Uhrſachen zugleich, dermaßen gemiß-

braucht

braucht worden, daß ſie in der practiſchen Geometrie gar keine Beweiſe dulden wollen; ſondern meinen, es ſey ein bündiger Beweis von einem guten practico, wenn er nichts von Beweiſen halte: und ſich mit dergleichen einzulaſſen, wäre eine Pedanterey. Durch dieſes ungeſunde Urtheil ſind ſie ſo dreiſt geworden, daß ſie ſich ohne einiges Bedenken, und ohne die Lehre von denen Dreyecken einmal recht inne zuhaben, an die Auflöſung derer verworrenſten Aufgaben gemacht, und nichts als Schaden und Verwirrung angerichtet haben. Um nun dergleichen geziemend zu vermeiden, ſo iſt kein beſſer Mittel, als daß man diejenigen Aufgaben, welche nicht unmittelbar aus der matheſi pura erhellen, aus denen Gründen derſelben gehörig herleite oder demonſtrire.

§. 6.

Es wird mir alſo niemand verargen, daß ich, in Verfertigung dieſer Abhandlung, ob dieſelbe gleich practiſch iſt, mich vornemlich befliſſen habe, die angegebenen Aufgaben ſorgfältig zubeweiſen. Dieſes aber um deſto mehr, 1) weil ſie neu und ſo

wenig in theoretiſchen als practiſchen Büchern von der Geometrie anzutreffen ſind. 2) Weil ich den Gebrauch derſelben ausführlich zeigen und gemeiner machen wolte, aus der Uhrſach, weil ſie die ſchwehreſten Fälle im Feld-Meſſen ganz ungemein erleichtern. 3) Damit niemand, wenn er ſie etwan auf eine mechaniſche Weiſe, ohne den Beweis zufaſſen, nachzumachen gelernt hätte, ſie nachher am unrechten Orte oder gar unrichtig anwenden mögte. Endlich 4) ſo iſt man auch in practiſchen Dingen mehr als iemals verbunden, ſich einer richtigen Erkenntniß zubefleiſſigen. Denn ſo lange man in Unwiſſenheit oder Irrtum ſteckt, ſich aber dabey aller Anwendung enthält, gereicht man niemandem als blos ſich ſelbſt dadurch zu eigenem Nachtheile, daß, weil man eine Zeitlang der Vernunft geſpottet hat, nachher zur Strafe ausgelacht wird. Entſtehet aber die Frage: ob, und wie viel die Menſchen einander vervortheilt haben, und es wird dieſelbe dergeſtalt entſchieden, daß dadurch öfters mehr Schade angerichtet wird, als vorher geſchehen war; ſo iſt man in der That ſtrafbarer. Und dieſes iſt es, worauf ich in Ver-

 ferti-

fertigung gegenwärtiger Abhandlung meine Abſicht gerichtet, und welches zuverhindern, ich geſucht habe.

§. 7.

Was den Titel betrift, ſo verſpricht derſelbe, den Inhalt und die Eintheilung derer Flächen überhaupt ohne Rechnung zufinden. Dieſes will ich nicht alſo verſtanden wiſſen, als ob man beide, wenn ſie in Zahlen verlangt werden, herausbringen könte, ohne im geringſten zurechnen; ſondern, daß, was den erſtern Fall betrift, man (Cap. 1) im Stande ſey, anſtatt einer ieglichen auch noch ſo irregulairen Figur, die allerſimpelſte, ein Dreyeck nemlich, zufinden, deſſen Gröſſe der gegebenen Figur gleichet, und daher nur eine einzige Multiplication nöthig iſt, den verlangten Inhalt zubeſtimmen. Daß man ferner, den zweten Fall (Cap. 2) anlangend, die Figur entweder in gleiche oder ungleiche Theile nach Belieben theilen könne, ohne ihren Inhalt im geringſten zuwiſſen: und daher in ienem Falle des Rechnens beynahe, in dieſem aber gänzlich überhoben werde.

§. 8.

§. 8.

Da aber dennoch Fälle vorkommen, in welchen nothwendig muß gerechnet werden, wenn nemlich, wie gemeldet, der Inhalt einer Fläche oder die Theile derſelben in Zahlen verlanget werden, und zwar auf mancherley Art, wie das 3 Cap. von Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten zeiget, ingleichen der Fall, da man die Grenzen zwiſchen den Theilen beſtändig parallel verlangt; ſo habe ich auch dieſe nicht anders als durch Rechnen auflöſen können. Den letztern habe ich mehr aus der Uhrſach beygefügt, damit die Abhandlung in allen Stücken vollſtändig werden mögte, als daß ich glauben ſolte, er werde häufig vorkommen, und gebraucht werden. Nichts deſto weniger werden meine Leſer daraus erſehen, wie einen merklichen Vorzug, in Anſehung der Kürze, die bloße Conſtruction vor derjenigen Methode habe, nach welcher man alles durch Rechnung finden muß. Endlich, ſo habe ich auch in dem Cap. von denen Grenz-Streitigkeiten in der Berechnung einige Zahlen, welche erſt hätten gefunden werden ſollen, blos willkührlich angenom-

men, damit niemand, wegen allzugroßer Weitläuftigkeit, gehindert würde, die Aufgaben ſelbſt nebſt ihren Auflöſuugen deutlich zuüberſehen. Die Anwendung beſonderer Exempel von Grenz-Streitigkeiten auf die übrigen Fälle und Figuren habe ich aus der Uhrſach am Ende des dritten Capitels nur überhaupt gezeigt, damit ich einerley nicht gar zu oft ſagen dürfte: zumal, da aus der letzten Aufgabe ſchon ausführlich genug erhellet, wie man in ähnlichen Fällen verfahren müſſe.

§. 9.

Werden daher meine geehrteſten Leſer ſich die Mühe nicht verdrieſſen laſſen, dieſe wenigen Bogen mit Aufmerkſamkeit durchzugehen, ſich in der Conſtruction ſolcher Figuren, welche von mancherley Art ſind, nach denen vorgeſchriebenen Aufgaben zuüben, und beſtändig die Beweiſe dabey zuüberdenken; ſo zweifle ich nicht, Sie werden dadurch in der Anwendung vieler Weitläuftigkeit überhoben werden, und eben dadurch den Zweck meiner gegenwärtigen Abhandlung erfüllen. Halle, den 1ten Aug. 1757.

Chriſtian Heinrich Wilke.

Inhalt.

Cap. I.

Von der Reduction derer Flächen auf einen Triangel.

§. 1.

Von denen Weitläuftigkeiten bey Berechnung und Eintheilung derer Flächen nach der gemeinen Art.

§. 2.

Aufgabe 1. Ein Trapezium abcd auf einen Triangel zu reduciren, oder, einen Triangel zufinden, welcher demſelben gleich iſt. Tab. I. Fig. 1.

§. 3.

Zuſatz. Wie aus dem (§. 2) gefundenen Triangel der Inhalt berechnet wird.

§. 4.

Anmerkung. Wie man durch die Aufgabe 1 (§. 2) darauf gekommen, die Reduction auf einen Triangel bey denen Vielecken überhaupt anzuwenden. Tab. I. Fig. 2.

§. 5.

Aufgabe 2. Ein Siebeneck auf ein Dreyeck zureduciren, oder ein Dreyeck zufinden, welches demſelben gleich iſt.

§. 6.

Zuſatz 1. Wie man den Inhalt von einer ſolchen Figur (§. 5) findet.

§. 7.

Zuſatz 2. Wie nach §. 5 iedwede Krümme auf ein Dreyeck kann reducirt werden.

§. 8.

Zuſatz 3. In wie fern die Spitze des verlangten Triangels willkührlich angenommen werden kann.

§. 9.

Anmerkung. Daß §. 7 und 8 wegen der Reduction ſolcher Figuren zumerken, welche ganze einwärts laufende Krümmen haben.

§. 10.

Aufgabe 3. Eine Figur abcd u. ſ. w., welche ein- und auswärts laufende Winkel hat, auf einen Triangel zureduciren. Tab. I. Fig. 3.

§. 11.

Tab. I. Fig. 4. Aufgabe 4. Eine Figur, welche einwärts laufende Krümmen hat, wie z. E. abcdfgh u. ſ. w. auf einen Triangel zureduciren.

§. 12.

Anmerkung. Wie durch Zerſchneidung einer dergleichen Figur (§. 11) in mehrere Theile, die Reduction auf einige Triangel nebſt der Berechnung des Inhaltes erleichtert wird.

Cap. 2.

Von der Eintheilung derer Flächen in gewiſſe gleiche oder ungleiche Theile.

§. 12.

Tab. I. Fig. 5. Aufgabe 5. Eine Figur z. E. abcd u. ſ. f. welche lauter auswärts laufende Winkel hat, alſo in gleiche Theile zutheilen, daß alle dieſe Theile in einem gegebenen Puncte f zuſammenſtoßen.

§. 13.

Zuſatz. Wie die vorhergehende Aufgabe (§. 12) anzuwenden ſey, im Falle die verlangten Theile zu dem ganzen Inhalte der Figur eine gegebene Verhältniß haben ſollen.

§. 14.

Tab. II. Fig. 6. Aufgabe 6. Eine Figur, wie z. E. abcdf u. ſ. w. welche lauter auswärts laufende Winkel hat, in lauter gleiche Theile zutheilen, dergeſtalt, daß dieſe Theile alle in einem Puncte k innerhalb der Figur zuſammenſtoßen.

§. 15.

Zuſatz. Wie die Aufgabe (§. 14) anzuwenden ſey, im Falle die verlangten Theile zu dem ganzen Inhalte der Figur eine gegebene Verhältniß haben ſollen.

§. 16.

Anmerkung. In welchen Fällen des gemeinen Lebens die 6te Aufgabe (§. 14) angewendet werden kann.

§. 17.

Tab. II. Fig. 7. Aufgabe 7. Eine Figur VIabcdefg, deren eine Seite VIa in gewiſſe ungleiche Theile willkührlich iſt eingetheilet worden, gleichfalls dergeſtalt einzutheilen, daß ſich die Theile beſonders zu dem Inhalte der Figur verhalten, wie iedweder Theil auf der Linie VIa zu eben dieſer Linie VIa.

Inhalt.

§. 18.

Anmerkung 1. Wird der Vorzug der gegenwärtigen Methode vor der gemeinen erwieſen.

§. 19.

Anmerkung 2. In welchen Fällen des gemeinen Lebens die vorhergehende 7de Aufgabe (§. 17) anzuwenden, und was bey der Conſtruction derſelben zubeobachten.

§. 20.

Aufgabe 8. Einen Triangel CAB (Fig. 9) ſo oft in einer Figur abcdf u. ſ. w. (Fig. 8) herumzutragen, als man verlanget. Tab. III. Fig. 8, 9.

§. 21.

Anmerkung 1. Von der Anwendung der vorhergehenden 8ten Aufgabe (§. 20) im gemeinen Leben, und was dabey zubeobachten.

§. 22.

Anmerkung 2. Was ferner bey der Anwendung derſelben in acht zunehmen.

§. 23.

Anmerkung 3. Was bey der Conſtruction gedachter Aufgabe zubeobachten iſt.

§. 24.

Aufgabe 9. Eine Figur VIab u. ſ. w. welche an einer Seite ein- und auswärts laufende Winkel hat, nach eben der Verhältniß einzutheilen, nach welcher eine Linie derſelben, z. E. VIIa, iſt eingetheilet worden. Tab IV. Fig. 10.

§. 25.

Aufgabe 10. In eine Figur abcde u. ſ. w. eine gegebene Fläche ſo oft hinein zutragen, als man verlangt, und zwar dergeſtalt, daß die dadurch erhaltenen Theile einander beſtändig parallel ſind. Tab. IV. Fig. 11.

§. 26.

Zuſatz. Wie die Eintheilung zumachen ſey, wenn die Theile zu der ganzen Figur eine gegebene Verhältniß haben ſollen.

§. 27.

Anmerkung. Warum von der 10ten Aufgabe (§. 25) keine algebraiſche Conſtruction angegeben wird.

Cap. 3.

Inhalt.

Cap. 3.

Von der Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten.

§. 28.

Anmerkung. Worauf man bey der Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten zuſehen hat.

§. 29.

Aufgabe 11. Wie die Grenz-Streitigkeiten überhaupt zuentſcheiden ſind.

§. 30.

Daß (§. 29) die Haupt-Aufgabe ſey, nach welcher alle Grenz-Streitigkeiten müſſen entſchieden werden.

§. 31.

Tab. I. Fig. 5. Aufgabe 12. Nähere Anweiſung zu der Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten in vier beſondern Fällen.

§. 32.

Anmerkung. Warum, wenn eine Linie ſoll getheilt werden, die Theile beſtändig aus einem Puncte aufgetragen werden.

§. 33.

Tab. II. Fig. 6. Aufgabe 13. Zween beſondere Fälle in Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten.

§. 34.

Tab. II. Fig. 7. Aufgabe 14. Drey beſondere Fälle, wo zugleich die Erſetzung des Schadens zubeſtimmen, verlangt wird.

§. 35.

Tab. III. Fig. 8, 9. Aufgabe 15. Fünf beſondere Fälle, wo nach verſchiedenen Maaßen gemeſſen iſt, deren Verhältniß nebſt der Erſetzung des Schadens 1) mit Gelde 2) mit Lande verlangt wird.

§. 36.

Anmerkung. Anwendung der vorhergehenden Aufgabe auf die übrigen Fälle und Figuren.

Cap. I.

Cap. I.

Von der Reduction derer Flächen auf einen Triangel, und derſelben Berechnung.

§. 1.

Die Berechnung derer Flächen und ihre Eintheilung iſt in der practiſchen Geometrie die allermühſamſte Arbeit. Denn in dem erſtern Falle muß man die ganze Figur oder Fläche auf lauter Triangel reduciren, iedweden derſelben beſonders ausrechnen, und endlich alle dieſe gefundenen Inhalte in eine Summe addiren, welches den verlangten Inhalt giebt. Hat nun die Figur gar viele Seiten und Ecken, ſo bekommt man auch eine große Anzahl derer Triangel. Denn es iſt aus der Theorie klahr, daß man nur zween Triangel weniger bekommt, als Seiten ſind. Ueber dieſes müſſen bey ieglichem Triangel zwo Linien gemeſſen werden, nemlich die Grund-Linie und Höhe deſſelben, beide beſtändig in einander multiplicirt, und alſo ein iedweder Inhalt ſtets durch Rechnen gefunden werden: welches eine ungemeine Weitläuftigkeit iſt.

In dem andern Falle, da nemlich die gegebene Fläche in gewiſſe verlangte Theile ſoll getheilet werden, häuft ſich dieſe Arbeit noch viel mehr. Denn es iſt nicht allein alles dasienige unumgänglich nöthig, wovon wir eben Meldung gethan haben; ſondern es kommt noch hin-

zu, daß der gefundene Inhalt entweder in die verlangten gleichen oder ungleichen Theile muß getheilet werden. Iſt nun dieſes, ſo muß iedweder Theil durch die ſogenannte Geſellſchafts-Rechnung erſt beſtimmet werden, welches Rechnens genug erfordert. Hat man alle dieſe Theile beſtimmet, und will einen nunmehr in die Figur hineintragen; ſo iſt der Triangel in der Figur entweder gröſſer oder kleiner als dieſer Theil, und daher müſſen die Grenzen oder Seiten des erſtern anders angenommen werden. Man ziehet daher von dem zubeſtimmenden Theile den Triangel in der Figur entweder ab; oder von eben demſelben den gefundenen Theil. In beiden Fällen erhält man einen neuen Triangel, deſſen Grund-Linie und Höhe man erſt vorher abermal finden muß, ehe man ihn in die Figur hineintragen, und alſo den verlangten Theil beſtimmen kann. Da nun hierdurch die Grenzen des folgenden Triangels beſtändig geändert werden; ſo hat man dieſes Rechnen und Meſſen von neuem nöthig; ſo gar faſt bey einem ieglichen Triangel in der Figur: denn es wird ungemein ſelten geſchehen, daß die Triangel in derſelben, oder auch nur einer mit dem zufindenden Theile übereinkommen. Welches denn bey einer Figur, welche nur mittelmäßig viele Seiten hat, ſchon eine Arbeit von einem halben Tage iſt: anderer Weitläuftigkeiten bey dieſer Methode nicht zugedenken.

Dieienige Art der Berechnung und Eintheilung derer Flächen, welche wir eben beſchrieben wollen, erleichtert uns dieſe mühſame Arbeit ungemein. Denn man braucht bey derſelben faſt gar nicht zurechnen. An ſtatt daß man bey der vorhergehenden die ganze Figur auf zween Triangel weniger, als Seiten ſind, reduciren muſte, wenn man nemlich ihren Inhalt finden wolte; ſo bringt man hier durch die Conſtruction mit leichter Mühe einen einzigen Triangel heraus, welcher ſo groß iſt, als die ganze Figur. Will man nun den Inhalt derſelben in Zahlen finden; ſo iſt weiter nichts nöthig, als daß, nach der gewöhnlichen Art, nur der Inhalt dieſes Triangels beſtimmet werde; ſo hat man den verlangten Inhalt der Figur gefunden. Soll dieſelbe in gewiſſe verlangte Theile getheilet werden, und man hat ſie, wie gemeldet, auf einen Triangel reducirt; ſo theilet man nur die Grund-Linie dieſes Triangels auf dieienige Weiſe ein, wie die Figur ſoll eingetheilet werden. Stoßen nun die Spitzen dieſer Triangel

gel alle in einem Puncte z. E. zuſammen, ſo ſind ſie von einer Höhe, und verhalten ſich, wie ihre Grund-Linien. Reducirt man endlich dieſe Triangel alſo, daß ſie ſich an den Grenzen der Figur endigen; ſo hat man dieſelbe in die verlangten Theile eingetheilet. Bey dieſer Conſtruction iſt man auf einmal alles Rechnens überhoben, ſo, daß man füglich in dem zehnten Theile der Zeit, wenn man anders mittelmäßig geübt iſt, fertig werden kann, als wenn auf die vorgemeldete Art verfahren wird. Die Aufgabe, ein Vier- oder Fünfeck auf ein Dreyeck zureduciren, iſt ſchon in dem vorigen Jahrhunderte bekant geweſen. Der berühmte Herr Prof. Mayer in Göttingen aber, hat dieſelbe durch die Anwendung auf die Vielecke überhaupt, welche ſo wohl ein- als auswärts laufende Winkel haben, viel allgemeiner gemacht, und alſo das meiſte darzu beygetragen, daß dieſe Erfindung in der practiſchen Geometrie recht brauchbar geworden iſt. Da es aber bisher an denen Beweiſen der ſchwehrſten ſonderlich der ſiebenten Aufgabe (§. 17) gefehlet hat; ſo habe ich dieſelbe hinzugefügt nebſt einigen andern Aufgaben, und gezeigt, wie dieſe Methode, mehrerer Brauchbarkeit halber, gar bequem auf die Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten angewendet werden könne.

§. 2.

Aufgabe I.

Ein Trapezium abcd auf einen Triangel zureduciren, oder einen Triangel zufinden, welcher demſelben gleich iſt. Tab. I. Fig. 1.

Auflöſung.

1) Nehmet eine Linie dieſes Trapezii, z. E. ab, als die Grund-Linie deſſelben an, und verlängert ſie nach einer Seite.

2) Leget das Lineal an die beiden Puncte a und c, und ziehet mit der Linie ac durch den Punct d bis auf die verlängerte Grund-Linie ab nach f eine parallel-Linie df.

3) Ziehet die beiden Puncte f und c zuſammen; ſo iſt der Triangel fcb dem Trapezio abcd gleich.

Beweis.

Denn das Trapezium abcd iſt gleich denen beiden Triangeln abc und acd. Der Triangel caf = dem △ acd: weil beide einerley

Grund-Linie ac und gleiche Höhe haben. Dieſes iſt aber daher klahr, weil beide Triangel (nro. 2) zwiſchen parallel-Linien ſind. Folglich iſt auch:

Trap. abcd $= \triangle$ abc $+ \triangle$ acd $= \triangle$abc $+ \triangle$ fac $= \triangle$ fbc.

W. Z. E. W.

§. 3.

Zuſatz.

Man hat alſo auf dieſe Weiſe ein Viereck auf ein Dreyeck reducirt, uud daher eine Ecke oder Seite weniger erhalten. Will man nun den Inhalt des Trapezii abcd in Zahlen finden, ſo darf man nur den Triangel fbc ausrechnen; ſo iſt geſchehen, was verlangt wurde.

§. 4.

Anmerkung.

Es iſt leicht zuerachten, daß man dieſe Reduction auf die Vielecke überhaupt anzuwenden, ſich wird bemühet haben: weil ſie hier vornemlich gröſſern Nutzen hat, wie (§. 1) erhellet. Denn, bekommt man eine Ecke weniger, wenn man eine Seite der Figur verlängert, und durch die Spitze d des Triangels acd auf die verlängerte ab mit ac eine parallel-Linie ziehet; ſo iſt auch nicht ſchwehr einzuſehen, daß, wenn man ein Siebeneck z. E. wie abcdfgh iſt, hat, dieſes leicht in ein Sechseck, das Sechseck in ein Fünfeck, das Fünfeck in ein Viereck, und endlich dieſes (§. 2), folglich die ganze Figur abcdfgh, auf einen Triangel könne reducirt werden: woraus ſich denn folgende Aufgabe gleichſam von ſelbſten ergiebt. Tab. I. Fig. 2.

§. 5.

Aufgabe 2.

Ein Siebeneck, wie z. E. abcdfgh, auf einen Triangel zureduciren, oder einen Triangel zufinden, welcher dieſem gegebenen Siebeneck gleich iſt.

Auflöſung.

1) **Verlängert die beiden Seiten der Figur** ah **und** bc.
2) **Leget das Lineal an die beiden Puncte** h **und** f, **und ziehet mit der Linie** hf **durch den Punct** g **auf die verlängerte** ah **eine parallel-Linie** gk.

3) Le-

3) Leget an die Puncte f und a das Lineal, und ziehet mit fa durch den gefundenen Punct k abermal eine parallel-Linie kl auf die verlängerte Grund-Linie ab,
4) Den gefundenen Punct l aber mit f zuſammen; ſo iſt auf dieſer Seite die Reduction geſchehen.
5) Wenn ihr auf der andern Seite eben ſo verfahret, an f und c leget, dn mit fc, nm mit bf parallel, und endlich f und m zuſammen ziehet; ſo iſt der Triangel lfm dem gegebenen Siebeneck abcdfgh gleich.

Beweis.

Denn nach (§. 2) iſt der Triangel fkh dem Triangel fgh gleich. Daher könnet ihr, wenn ihr von f bis k eine gerade Linie ziehet, fka vor die Grenzen der Figur annehmen. Ihr habt daher nur noch ein Sechseck fkab u. ſ. w. ziehet ihr nun abermal mit af durch den Punct k die parallel-Linie kl; ſo iſt wiederum der Triangel fla dem Triangel fka gleich. Folglich auch der △ fla der ganzen Krümme, welche zwiſchen fghaf enthalten iſt. Daher könnet ihr auf dieſer Seite fla vor die Grenzen der Figur annehmen. Welches erwieſen werden ſolte. Auf der andern Seite iſt der Beweis eben ſo.

§. 6.

Zuſatz 1.

Wenn ihr daher eine dergleichen Figur ausrechnen, oder ihren Inhalt finden ſollet; ſo dürfet ihr ſie nur auf einen Triangel reduciren, denſelben ausrechnen; ſo habt ihr den verlangten Inhalt.

§. 7.

Zuſatz 2.

Ihr könnet ferner nach dieſer Methode eine iedwede Krümme auf ein Dreyeck reduciren, wofern dieſelbe lauter auswärts laufende Winkel hat.

§. 8.

Zuſatz 3.

Ihr ſehet leicht, daß es nicht nothwendig iſt, daß der Punct oder die Spitze des Triangels eben in f angenommen wird. Es hätte derſelbe auch in g oder h angenommen werden können. Im erſtern Falle wäre auch cd zuverlängern geweſen. Um nun die Reduction

auf der rechten Seite zuverrichten; ſo hättet ihr müſſen an g und d legen, durch f auf die verlängerte cd die parallel-Linie mit gd ziehen: ferner an g und c, und durch den auf der verlängerten cd gefundenen Punct mit gc die parallel-Linie bis auf die verlängerte bc u. ſ. f. daß alſo auf dieſer Seite die Linie von g bis auf die Grund-Linie merklich weiter über den Punct m zur Rechten gefallen wäre.

§. 9.

Anmerkung.

Dieſe beiden leztern Zuſätze ſind wegen des folgenden zumerken, da ſolche Flächen zureduciren verlanget werden, welche ganze einwärts laufende Krümmen haben, wie z. E. Tab. I. Fig. 4.

§. 10.

Aufgabe 3.

Tab. I. Fig. 3. Eine Figur abcd u. ſ. w. welche ein- und auswärts laufende Winkel hat, auf einen Triangel zureduciren.

Auflöſung.

Hier können zween Fälle vorkommen: entweder, es iſt der einwärts laufende Winkel kleiner, als die auswärts laufenden, welche ihm zu beiden Seiten liegen; oder er iſt gröſſer, als eben dieſelben. Den erſtern Fall haben wir zur Linken, den andern zur Rechten in dieſer Figur.

Erſter Fall.

1) Leget das Lineal auswärts der Figur an die beiden Puncte h und l dieſes Winkels hkl, und ziehet durch die Spitze des Triangels k mit hl eine parallel-Linie nach hg, nemlich kp; ſo könnet ihr gpla vor die Grenzen der Figur annehmen.

2) Wenn ihr mit dieſer alſo reducirten Figur, welche nunmehr lauter auswärtslaufende Winkel hat, nach der 2ten Aufgabe (§. 5) verfahret, an g und l leget, durch p mit lg auf die verlängerte la die Linie pq parallel, und qr mit ag parallel, endlich die Puncte g und r zuſammen ziehet; ſo iſt die Reduction auf dieſer Seite geſchehen.

Zweter Fall.

1) Leget das Lineal inwendig an die beiden Puncte eines derer aus-

auswärtslaufenden Winkel, z. E. an b und d, und ziehet durch die Spitze c dieſes Triangels dcb mit bd die parallel-Linie cm auf die Seite df des einwärtslaufenden Winkels fdc; ſo könnet ihr gfmb vor die Grenzen der Figur annehmen.

2) Leget an b und f das Lineal auswärts, und ziehet mn mit fb parallel; ſo habt ihr nunmehr gfn vor die neuen Grenzen. Wenn ihr nun

3) Dieſen Winkel gfn annoch wegſchneidet, indem ihr fo mit gn parallel (§. 2), und endlich die Puncte o und g zuſammen ziehet; ſo iſt auch auf dieſer Seite die Reduction geſchehen, und rgo der verlangte Triangel.

Beweis

Des erſtern Falles.

Der Triangel hkl iſt dem Triangel phl gleich. (Denn die Linie hl kan man ſich hier leicht vorſtellen.)

$\triangle vkl + \triangle hvl = \triangle hkl$. Ferner iſt

$\triangle hvp + \triangle hvl = \triangle hlp$. Daher

$\triangle hvp + \triangle hvl = \triangle vkl + \triangle hvl$, und

$\triangle hvp = \triangle vkl$.

Folglich wird durch dieſe Reduction der Figur wieder ſo viel zugeſetzt, als man von derſelben abſchneidet. Daher kann man gpla vor die Grenzen der Figur annehmen: und iſt alſo der fernere Beweis, wie bey der 2ten Aufgabe (§. 5).

Des zweten Falles.

Hier iſt der Beweis, wie in dem vorhergehenden Falle. Nemlich $\triangle dcb = \triangle mdb$.

Es iſt aber $\triangle dcb = \triangle dtb + \triangle tcb$, und

$\triangle mdb = \triangle mdt + \triangle dtb$. Folglich

$\triangle dtb + \triangle tcb = \triangle mdt + \triangle dtb$. Daher

$\triangle tcb = \triangle mdt$.

Und es hat in dieſem Falle eben der vorige Beweis ſtatt, daß nemlich ſo viel von der Figur abgeſchnitten wird, als man derſelben zuſetzt. Folglich ſind die Grenzen derſelben gfmb. Wird nun mn mit fb parallel gezogen; ſo ſind die abermaligen Grenzen der Figur gfn. Der übrige Beweis iſt wie (§. 2).

§. 11.

§. 11.

Aufgabe 4.

Tab. I. Fig. 4. Eine Figur, welche einwärtslauſende Krümmen hat, wie z. E. abcdfgh u. ſ. f. auf einen Triangel zureduciren.

Auflöſung.

1) Reduciret dieſe Krümmen auf einen Triangel (§. 5, 7, 8), und alsdenn verfahret

2) mit der Figur nach der vorhergehenden Aufgabe (§. 10).

Z. E. Verlängert die Linien qp und pn. Leget das Lineal an l und n, ziehet durch den Punct m auf die verlängerte pn die parallel-Linie mo. Leget ferner an l und p, und ziehet durch den gefundenen Punct o auf die verlängerte qp die parallel-Linie ov; ſo könnet ihr klvqa vor die Grenzen der Figur annehmen. Weil nun dieſer einwärtslaufende Winkel gröſſer iſt, als die beiden auswärtslaufenden; ſo ziehet mit vk die parallel-Linie lw durch den Punct l, mit qk durch w die parallel-Linie wy, und endlich mit ak die parallel-Linie yr, damit ihr den Punct r bekommet, welchen ihr mit k zuſammenziehen könnet: ſo iſt die Reduction auf dieſer Seite geſchehen: auf der andern Seite iſt ſie eben ſo.

Beweis.

Es müſte bewieſen werden, daß der Triangel lvq der Krümme qpnml gleich ſey. Dieſes aber iſt (§. 5, 8) klahr. Daher iſt der übrige Beweis wie bey der vorhergehenden Aufgabe (§. 10).

§. 12.

Anmerckung.

Wenn eine dergleichen Figur, welche aus- und einwärtslaufende Krümmen hat, gar zu ſehr verworren iſt, ſo kann man ſich die Mühe ziemlich erleichtern, wenn man dieſelbe in zween oder mehrere Theile zerſchneidet, und iedweden dieſer Theile beſonders auf einen Triangel reducirt: da denn, wenn man den Inhalt dieſer Figur haben will, die gefundenen Triangel müſſen addirt werden. So hättet ihr z. E. die gegenwärtige Figur von p bis d durchſchneiden können, ſo wären bey dem unterſten Theile derſelben die einwärtslaufenden Winkel weggefallen, und alſo die Reduction gar leicht geſchehen. Der oberſte Theil wäre hierdurch gleichfalls ſimpler geworden, und hätte die Reduction merklich erleichtert.

Cap. 2.

Von der Eintheilung derer Flächen in gewiſſe gleiche oder ungleiche Theile.

§. 12.

Aufgabe 5.

Eine Figur, z. E. abcd u. ſ. w. welche lauter auswärts laufende Winkel hat, alſo in gleiche Theile einzutheilen, daß alle dieſe Theile in einem gegebenen Puncte f zuſammen ſtoßen. Es ſoll z. E. dieſe Figur in 6 gleiche Theile getheilet werden. Tab. I. Fig. 5.

Auflöſung.

1) Reduciret die Figur nach der 2ten Aufgabe (§. 5) auf einen Triangel 1f7.
2) Theilet die Grund-Linie dieſes Triangels in 6 gleiche Theile.
3) Die Theilungs-Puncte, welche an die Grenzen der Figur fallen auf dieſer Grund-Linie, wie z. E. 3, 4, 5, ziehet mit dem Puncte f zuſammen. Alsdenn leget
4) Das Lineal an den Punct f und diejenige Ecke, wo die Grund-Linie von der Figur abweicht, nemlich hier auf der rechten Seite an b.
5) Ziehet mit der Linie bf durch die Theilungs-Puncte, welche annoch auf der verlängerten Grund-Linie auſſerhalb der Figur fallen, parallel-Linien auf die nächſte Seite der Figur bc; welche ihr verlängern müſſet, wenn ſie nicht lang genug iſt.
6) Die Puncte, welche an die Grenzen der Figur fallen, wie z. E. hier der Punct k, ziehet mit f zuſammen.
7) Diejenigen Puncte, welche auf der verlängerten Seite bc annoch auſſerhalb der Figur fallen, nemlich über den Punct c, bringet ihr auf gleiche Weiſe, wie vorher, an die Grenzen der Figur. Ihr leget nemlich an f und den nächſt folgenden Punct c, ziehet durch die Puncte auf der verlängerten

Linie bc mit fc abermal parallel-Linien bis an die Seite cd, welche ebenfalls verlängert werden muß, wenn es nöthig iſt. Wenn ihr nun dieſe Operation ſo lange fortſetzet, bis daß alle Puncte an die Figur fallen, dieſe Puncte mit f zuſammen ziehet, und auf der andern Seite eben ſo verfahret, wie auf dieſer; ſo iſt die Figur verlangter maßen eingetheilet.

Beweis.

Indem die Grund-Linie des gefundenen Triangels von 1 bis 7 in ſechs gleiche Theile getheilet wird, ſo iſt ein iedweder dieſer Triangeln der ſechſte Theil des Triangels 1f7, oder des Inhaltes der Figur. Denn alle dieſe Triangeln haben, vermöge der Conſtruction, (nro. 2) gleiche Grund-Linien und Höhen. Daher könnet ihr iedweden dererſelben, welche auf die Grund-Linie der Figur ab fallen, nemlich 3f4 und 4f5 vor den ſechſten Theil der Figur annehmen und dieſe Puncte mit f zuſammenziehen (nro 3). Der Triangel 6f5, welcher noch zum Theil auſſer der Figur fält, iſt gleich den beiden Triangeln (wenn man ſich von f bis b eine gerade Linie vorſtellet) 5fb und fb6. Weil aber $\triangle fb6 = \triangle fbk$ (denn beide Triangeln haben einerley Grund-Linie fb und gleiche Höhe, wegen der parallel-Linie 6k); ſo iſt $\triangle f5b + \triangle fb6 = \triangle f5b + \triangle fbk$. Daher iſt f5bk gleichfalls der ſechſte Theil der Figur (nro. 4, 5). Eben ſo iſt $\triangle 7f5 = \triangle 5fb + \triangle bf7$. Wenn ihr daher mit bf durch den Punct 7 auf die Linie bc, oder auch auf die verlängerte bc eine parallel-Linie ziehet, ſo erhaltet ihr abermal einen Triangel, welcher dem Triangel fb7 gleich iſt. Folglich bleibt die Gröſſe dieſer Triangeln, ob ſie gleich eine andere Lage und Geſtalt bekommen, immer einerley. Daher wird auf die beſchriebene Art (nro. 6, 7) die Figur in die verlangten gleichen Theile getheilet. W. Z. E. W.

Auf der andern Seite iſt der Beweis eben ſo.

§. 13.

Zuſatz.

Es iſt nicht ſchwehr einzuſehen, daß ſich die auf dieſe Weiſe gefundenen Theile der Figur beſtändig ſo verhalten müſſen, wie die Grund-Linien aller dieſer Triangeln auf der verlängerten Grund-Linie der Figur

von

von 1 bis 7. Wenn daher eine Eintheilung verlangt würde, ſo, daß iedweder dieſer Theile einzeln eine gewiſſe Verhältniß zu dem ganzen Inhalte der Figur haben ſolte; ſo dürfte man die Grund-Linie des gefundenen Triangels von 1 bis 7 nur auf die verlangte Art eintheilen, und alsdenn die Reduction oder Eintheilung verrichten, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 12) iſt gelehret worden. Folglich findet auch dieſe Aufgabe ſtatt, wenn die verlangten Theile ungleich ſind. Eben ſo verhält es ſich, wenn man auf der Linie von 1 bis 7 die Puncte willkührlich annimt und die Conſtruction verrichtet, wie gelehret worden. Es werden ſich nemlich die Theile, welche man erhält, wie ihre willkührlich angenommenen Grund-Linien verhalten.

§. 14.

Aufgabe 6.

Eine Figur, wie z. E. abcdf u. ſ. w. welche lauter auswärts laufende Winkel hat, in lauter gleiche Theile zutheilen, und zwar ſo, daß dieſe Theile alle in einem Puncte k innerhalb der Figur, zuſammen ſtoßen. Es ſoll z. E. dieſe Figur in acht gleiche Theile getheilet werden. Tab. II. Fig. 6.

Auflöſung.

1) *Verlängert die Grund-Linie der Figur, nemlich ab, zu beiden Seiten, ingleichen die Seiten der Figur ah, hg, und bc, cd.*
2) *Leget an den Punct k und d das Lineal, und ziehet mit kd durch den Punct f eine parallel-Linie fq auf die nächſt folgende verlängerte Seite cd.*
3) *Mit kc ziehet abermal durch den gefundenen Punct q eine parallel-Linie qp auf die verlängerte bc.*
4) *Eben ſo mit kb durch den neuen Punct p die parallel-Linie p8 auf die verlängerte Grund-Linie ab, u. ſ. f. wenn die Figur mehrere Seiten hat.*
5) *Auf der andern Seite verfahret eben ſo. Ziehet mit kg die parallel-Linie fr, mit kh die parallel-Linie rſ, und mit ka gleichfalls die parallel-Linie ſm.*
6) *Theilet die Linie m8 in acht gleiche Theile.*

7) Die Puncte, welche auf die Grund-Linie ab an die Grenzen der Figur fallen, ziehet mit k zuſammen. Alsdenn leget

8) an k und b das Lineal, und ziehet mit kb durch die Puncte 6 und 7 u. ſ. f. welche auſſer der Figur auf die verlängerte Grund-Linie ab fallen, auf die nächſt folgende Seite bc, welche ihr verlängert habt, parallel-Linien 6t, 7n u. ſ. w.

9) Die Puncte, welche an die Grenzen der Figur fallen, wie z. E. hier t, ziehet mit k zuſammen.

10) Leget abermal an k und die nächſt folgende Ecke c. Ziehet mit kc durch die Puncte auf der verlängerten bc parallel-Linien bis an die verlängerte Seite cd, nemlich nv, pq u. ſ. w.

Wenn ihr dieſe Conſtruction ſo lange fortſetzet, bis alle Puncte an die Grenzen der Figur fallen, dieſe Puncte mit k zuſammen ziehet, und auf der andern Seite eben ſo verfahret; ſo iſt die Figur verlangter maßen eingetheilet.

Beweis.

Indem fq mit kd parallel gezogen wird, ſo iſt der Triangel kqd $= \triangle$ fkd. (Denn die Linie kd kann man ſich leicht einbilden). Eben ſo iſt $\triangle$ kcp $= \triangle$ kcq, und $\triangle$ kb8 $= \triangle$ kbp. Daher iſt der Triangel kb8 gleich dem Raume kbcdfk. Aus eben der Urſach iſt auf der andern Seite $\triangle$ kam dem Raume kahgfk gleich. Folglich der Triangel mk8 gleich dem Inhalte der Figur (nro. 1—5). Wenn nun (nro 6) die Grund-Linie dieſes Triangels in 8 gleiche Theile getheilet wird, ſo iſt ein jedweder dieſer Theile der achte Theil von m8, und der auf jeglichem Theile ſtehende Triangel, deſſen Spitze in k iſt, der achte Theil von der Figur: und ihr könnet alſo 3k4 und 4k5 vor den achten Theil der Figur annehmen (nro. 7). Wenn ihr ferner mit kb parallel-Linien durch die Puncte 6, 7, 8 u. ſ. w. bis auf die nächſte verlängerte Seite bc ziehet, ſo ſind die Triangel kb6 $= \triangle$ kbt, $\triangle$ kb7 $= \triangle$ kbn, $\triangle$ kb8 $= \triangle$ kbp u. ſ. w. Daher k5bt $= \frac{1}{8}$ der Figur. Weil nun $\triangle$ 5k7 $= \frac{2}{8}$ der Figur, und $\triangle$ kb7 $= \triangle$ kbn, der $\triangle$ kcn aber $= \triangle$ kcv; ſo iſt k5bcvk $= \frac{2}{8}$ der Figur: folglich ktcvk $= \frac{1}{8}$ der Figur u. ſ. f. W. Z. E. W.

Auf der andern Seite iſt der Beweis eben ſo.

§. 15.

§. 15.

Zuſatz.

Es gilt auch hier, was (§. 13) von der vorhergehenden Aufgabe iſt angemerket worden, daß nemlich, wenn die Eintheilung nach gleichen Theilen, oder welche zu dem ganzen Inhalte der Figur eine gewiſſe Verhältniß haben, geſchehen ſoll, oder auch, wenn die Puncte auf der Linie mg willkührlich angenommen werden, die durch dieſe Conſtruction erhaltenen Theile ſich zu der Figur verhalten, wie die Triangel, welche auf der Linie mg ihre Grund-Linien, die Spitzen aber in dem Punct k haben, zu dem Triangel mkg.

§. 16.

Anmerckung.

Dieſe und die vorhergehende Aufgabe können alsdenn angebracht werden, wenn z. E. ein Stück Feld, oder Garten-Land alſo einzutheilen iſt, daß die Theile alle in einem Puncte zuſammen ſtoßen müſten, im Fall da etwan bey f oder k ein Brunnen gelegen wäre, aus welchem alle die ſchöpfen ſolten, unter welche das Land vertheilet wird.

§. 17.

Aufgabe 7.

Eine Figur VIabdefg, deren eine Seite VIa in gewiſſe ungleiche Theile willkührlich iſt eingetheilet worden, gleichfalls dergeſtalt einzutheilen, daß ſich die Theile beſonders zu dem Inhalte derſelben Figur verhalten, wie iedweder Theil auf der Linie VIa zu eben dieſer Linie VIa. Tab. II. Fig. 7.

Auflöſung.

1) Verlängert die Seiten der Figur ab, bd, de und ef.

2) Leget das Lineal an VI und f, und ziehet durch den Punct g mit VIf eine parallel-Linie gδ. Mit VIe durch z, als den Punct auf der nächſt folgenden verlängerten Seite ef, die zwote zγ, durch t mit VId die dritte tβ, mit VIb die vierte nα, u. ſ. f. wenn die Figur mehr Seiten hat, bis auf die verlängerte Grund-Linie ab.

3) Durch den gefundenen Punct α ziehet mit VIa abermal eine parallel-Linie $\alpha\delta$, welche die vorigen in den Puncten β, γ, δ durchſchneidet.

4) Ziehet die Linien $c\alpha$, $h\alpha$, $k\alpha$, $l\alpha$, $m\alpha$, u. ſ. w. wenn mehrere Theile verlanget werden, mit Ib, IIb, IIIb, IVb, Vb, parallel bis auf die verlängerte Seite bd. Darauf leget

5) an den Punct β das Lineal, und ziehet aus demſelben, durch alle Puncte auf der verlängerten bd, welche noch nicht an die Grenzen der Figur fallen, die Linien hp, kq, lr, mſ, u. ſ. f. auf die verlängerte de. Auf gleiche Weiſe leget

6) an den Punct γ, und ziehet, wie vorher, die Linien qx, ry, ſf, u. ſ. f. bis endlich alle Puncte an die Figur fallen.

7) Ziehet die Puncte cI, pII, xIII, yIV, fV u. ſ. f. zuſammen; ſo iſt die Figur verlangter maßen eingetheilet.

Beweis.

Ziehet durch die beiden Puncte β und d auf VIa die Linie $\beta\varepsilon$, ferner die Linien $a\beta$, IId, IIβ, VId und hp mit IId parallel.

Weil (nro. 2) $g\delta$ mit VIf parallel, ſo iſt $\triangle VIfg = \triangle VIfz = \triangle VIf\delta$; weil $z\gamma$ mit VIe parallel, ſo iſt $\triangle VIez = \triangle VIet = \triangle VIe\gamma$ = dem Raume VIefg. Eben ſo iſt $\triangle VId\beta$ = dem Raume VIdefg, und $\triangle VIb\alpha$ = dem Raume VIbdefg u. ſ. f. Daher iſt $\triangle VIa\alpha$ = dem Inhalte der Figur, indem $\triangle VIab + \triangle VIb\alpha = \triangle VIa\alpha$.

Weil (nro. 4) αc mit Ib, αh mit IIb, αk mit IIIb u. ſ. w. parallel; ſo iſt $\triangle Ibc = \triangle Ib\alpha$, $\triangle IIbh = \triangle IIb\alpha$, $\triangle IIIbk = \triangle IIIb\alpha$ u. ſ. w. folglich $\triangle Iab + \triangle Ibc = \triangle Ia\alpha$, $\triangle IIab + \triangle IIbh = \triangle IIa\alpha$, $\triangle IIIab + \triangle IIIbk = \triangle IIIa\alpha$ u. ſ. w. Indem aber hp mit IId parallel, ſo iſt $\triangle IIdp = \triangle IIdh$: folglich, weil $\triangle IIbh = \triangle IIbd + \triangle IIdp$, $\triangle IIa\alpha = IIabdp$. Daher darf nur erwieſen werden, daß $\triangle IIdp = \triangle IIdh = \triangle IId\beta$.

$\triangle VIa\beta = \triangle VIa\alpha$, weil beide eine Grund-Linie VIa, und gleiche Höhe haben: denn VIa iſt mit $\alpha\delta$ parallel.

$$\triangle VIa\beta = \triangle VI\varepsilon\beta + \triangle a\varepsilon\beta$$

$$\triangle VI\varepsilon\beta = \triangle VI\varepsilon d + \triangle VId\beta$$

und alſo, weil $\triangle VId\beta = VIdefg$,

$$\triangle a\varepsilon\beta = \varepsilon abd.$$

Es

Es iſt aber $IIabdp = \triangle II a\alpha$
$\varepsilon abd = \triangle \varepsilon a\varkappa = \triangle \varepsilon a\beta$ ſubtr.

$$II\varepsilon dp = \triangle II\varepsilon\beta =$$
$$\triangle II\varepsilon d + \triangle IIdp = \triangle II\varepsilon d + \triangle IId\beta.$$
$$\triangle IIdp = \triangle IId\beta.$$

Da nun dieſe Dreyecke eine Grund-Linie IId haben, und einander gleich ſind; ſo muß ihre Höhe ebenfalls gleich ſeyn, oder, welches eben das iſt, ſie müſſen Triangel zwiſchen parallel-Linien, und alſo die Puncte $ph\beta$ in einer geraden Linie ſeyn. Folglich iſt es gleich viel, ob man hp mit IId parallel ziehet, oder die Linie βh bis p verlängert.

Auf gleiche Weiſe wird erwieſen, daß

$$\triangle IIId\beta = \triangle IIIdk = \triangle IIIdq,$$
$$\triangle IVd\beta = \triangle IVdl = \triangle IVdr, \text{ u. ſ. f.}$$

Folglich ſind die Puncte $qk\beta$, $rl\beta$, $sm\beta$ u. ſ. w. beſtändig in einer geraden Linie.

Wenn ihr nun ferner durch γe bis VIa die zwote Linie ziehet, ſo iſt $\triangle VIe\gamma = VIefg$, und $\triangle ae\gamma = aedb$; durch δf die dritte gezogen, ſo habt ihr $\triangle VIf\delta = \triangle VIfg$, und $\triangle af\delta = afedb$ u. ſ. f. Daher iſt der Beweis beſtändig wie vorher, und die Theile ſind $Iabc = \triangle Ia\alpha$, $IIabdp = \triangle IIa\alpha$, $IIIabdex = \triangle IIIa\alpha$ u. ſ. f. Da aber alle dieſe Dreyecke gleiche Höhe haben, ſintemal ſie in einem Puncte α zuſammen ſtoßen; ſo verhalten ſie ſich wie ihre Grund-Linien Ia, IIa, IIIa u. ſ. f. zu VIa: und daher auch die gefundenen Theile der Figur, welche ihnen gleich ſind, wie eben gedachte Linien zu VIa. W. Z. E. W.

§. 18.

Anmerckung I.

Aus dieſer Aufgabe wird zur Genüge klahr ſeyn, was die gegenwärtige Methode, die Flächen einzutheilen, vor der gemeinen, vermöge welcher alles durch Rechnen und Meſſen zugleich muß heraus gebracht werden, vor einen ungemeinen Vorzug habe. Mit einer ſolchen Conſtruction, wie dieſe iſt, kann man füglich in etlichen Minuten fertig ſeyn; da man hingegen kaum in einem halben Tage eben dieſes Exempel durch die gemeine Art wird zu Stande bringen können. Die fernere Vorzüglichkeit dieſer Aufgabe beſtehet auch darinnen,

nen, daß man die Beſtimmung eines Theils der Figur nicht auf die Beſtimmung des vorhergehenden Theils gründet; ſondern beſtändig auf den Triangel, deſſen Grund-Linie auf VIa angenommen, und dem zufindenden Theile gleich iſt. Es können ſich daher die kleinen Fehler, welche unmöglich zuvermeiden ſind, im folgenden nicht multipliciren, und die letzten Theile merklich unrichtig herausbringen; als worauf man in allen practiſchen Aufgaben ſehr zu ſehen hat.

§. 19.

Anmerckung 2.

Dieſe Aufgabe kann alsdenn bequem angewendet werden, wenn ein gewiſſes Feld oder Acker alſo einzutheilen verlangt wird, daß die Theile mit einander ziemlich parallel ſeyn ſollen. Denn dieſes iſt bey Aeckern, wegen des Pflügens, nothwendig. Ferner iſt leicht klahr, daß, wenn ihr auf VIa lauter gleiche Theile annehmet, die Theile der Figur auch alle gleich werden müſſen. Endlich iſt auch bey der Conſtruction nicht eben nöthig, daß die Linien αc, αh, αk u. ſ. w. hp, kq, lr u. ſ. f. alle würklich ausgezogen werden; ſondern es iſt genug, wenn ihr auf den Linien bo, dv u. ſ. w. die Puncte bemerket.

§. 20.

Aufgabe 8.

Tab. III. Fig. 8, 9.

Einen Triangel CAB (Fig. 9) ſo oft in einer Figur abcdf u. ſ. w. (Fig. 8) herumzutragen, als man verlangt.

Aufloſung und Beweis.

1) **Meſſet die eine Seite der Figur ab mit dem Zirkel, und traget ſie auf die Grund-Linie des Triangels AB in Af.**

2) **Leget das Lineal an C und f, ziehet mit dieſen beiden Puncten durch den Punct B eine parallel-Linie Bh; ſo iſt der $\triangle$hAf $=$ $\triangle$CAB: weil $\triangle$hCf $=$ $\triangle$CfB. Denn ſie haben eine Grund-Linie Cf und gleiche Höhe.**

3) **Leget das Lineal an ab (Fig. 8), und traget die Höhe des Triangels hA (Fig. 9) perpendicular auf ab; ſo giebt ſich auf der verlängerten bc in q der Punct, und iſt alſo $\triangle$qab (Fig. 8) $=$ $\triangle$CAB (Fig. 9).**

4) Le-

4) Leget an c und a das Lineal (Fig. 8), ziehet qff mit ac parallel, und von ff bis a eine gerade Linie; ſo habt ihr den Triangel hineingetragen.

5) Nunmehro nehmet die Linie aff, traget ſie auf die verlängerte AB in Ag, ziehet mit Cg durch den Punct B eine parallel-Linie Bd; ſo habt ihr dA vor die Höhe des Triangels dAg, welcher abermal △ CAB gleich iſt. Fig. 8. Fig. 9.

6) Leget an die Linie aff, und ziehet mit Eröfnung dA, perpendiculat auf aff, eine parallel-Linie, ſo wird der Punct r erhalten, und der Triangel raff iſt abermal dem Triangel CAB gleich. Fig. 8. Fig. 9. Fig. 8. Fig. 9.

Alsdenn nehmet ihr wiederum die Linie rff zu der Grund-Linie des Triangels an, und verfahret, wie vorher. Nur iſt zu merken, daß ihr die Linien, wenn ſie zu kurz ſind, verlängern müſſet, ſie mögen in oder auſſerhalb der Figur fallen: und wenn der Triangel auſſer der Figur fällt, ſo müſſet ihr ihn wieder hinein bringen, wie aus dem vorhergehenden klar iſt. Z. E. Bey t fällt der Triangel auſſerhalb der Figur. Daher ziehet ihr mit pff durch den Punct t die parallel-Linie te an die Figur; ſo iſt der Triangel hinein gebracht. Ferner: indem ihr eff vor die Grund-Linie annehmet, und nach dem vorhergehenden verfahret, indem ihr ffd verlängert, ſo fällt der Punct v in die Figur. Daher bringet ihr ihn wieder an die Grenze derſelben, wenn ihr an e und d leget, und mit dieſen beiden Puncten vx parallel ziehet; ſo habt ihr den Punct x, welchen ihr mit e zuſammen ziehen könnet, damit ffex dem Triangel CAB gleich werde. Wenn ihr auf dieſe Weiſe mit der Conſtruction fortfahret; ſo iſt die Eintheilung geſchehen. Fig. 9.

Zuletzt iſt hier ein Stück übrig geblieben, welches merklich kleiner iſt, als der gegebene Triangel. Dieſes aber kommt daher, daß man dieſen Triangel willkührlich angenommen hat: daher man denn eben nicht verlangen kann, daß er ein *pars aliquota* der Figur ſeyn ſolte. Fig. 8. Fig. 9.

Wolte man aber, daß dieſer Triangel ein *pars aliquota* ſey; ſo könnte dieſes leicht gefunden werden. Es dürfte nur die Figur vorher auf einen Triangel reducirt, von demſelben ein gewiſſer Theil genommen und in der Figur herumgetragen werden.

§. 21.

Anmerkung 1.

Dieſe Aufgabe iſt, ſonderlich wegen ihrer Allgemeinheit, bey Eintheilung derer Aecker, ſehr bequem zugebrauchen. Denn wenn wir z. E. ſetzen, es ſolte ein gewiſſes Feld unter die Bauren nach Morgen Landes ausgetheilet werden, ſo darf man nur zween Triangel annehmen, welche iedweder einen halben Morgen ausmachen, immer zween und zween auf einander ſetzen; ſo iſt ihre Summe beſtändig ein ganzer Morgen. Wenn alſo z. E. der Morgen 120 Ruthen hält, ſo nimt man die beiden Seiten ſo an, daß ſie in einander multiplicirt, 120 geben, eine zu 12 die andere zu 10 Ruthen: von welchen beiden Zahlen eine als die Höhe des Triangels angeſehen wird, und daher muß in dieſem Falle der Triangel rechtwinklicht ſeyn, weil ſonſt die beiden Seiten 12 und 10 in einander multiplicirt zwar 120 gäben, dieſes aber der Inhalt des Triangels nicht ſeyn könte, wenn er ſpitzwinklicht wäre. Sonſten iſt es, in der Auflöſung der vorhergehenden Aufgabe überhaupt, nicht nöthig, daß der Triangel eben rechtwinklicht ſey.

§. 22.

Anmerkung 2.

Es iſt auch noch bey der Anwendung dieſer Aufgabe zumerken, daß die beiden Triangel, welche, wenn man Aecker eintheilen will, einen Morgen ausmachen ſollen, nicht alſo auf einander müſſen getragen werden, daß die beiden Spitzen derſelben in einem Puncte zuſammen fallen: weil ſonſten die Aecker gar zu ſpitzig und zum Pflügen ungeſchickt ſeyn würden. Bringt man aber einmal die Spitze oder Ecke auf die eine, das andere mal auf die andere Seite, ſo kommen die Aecker ziemlich parallel und zum Pflügen bequem neben einander zuliegen; wie aus Fig. 8 erhellet.

§. 23.

Anmerkung 3.

Endlich müſſen auch die Anfänger, welche vornemlich die Eintheilung ſolcher Figuren, die etwas verworren ſind, wie z. E. (Tab. I. Fig. 3, 4 und Tab. III. Fig. 8) in Ausübung bringen wollen, ſich

ſich vorſehen, daß ſie ſich durch die vorhergehende Reduction der Figur auf einen Triangel nicht verwirren, wenn dieſelbe nachher eingetheilet werden ſoll. Welches zu vermeiden, das bequemſte Mittel iſt, wenn man die Figur wieder abzeichnet, nachdem ſie auf einen Triangel reducirt iſt.

§. 24.

Aufgabe 9.

Eine Figur VIIab u. ſ. w. welche an einer Seite ein und auswärts laufende Winkel hat, nach eben der Verhältniß einzutheilen, nach welcher eine Linie derſelben, z. E. VIIa, iſt eingetheilet worden. Tab. IV. Fig. 10.

Auflöſung.

1) Reduciret die Figur auf einen Triangel, deſſen Spitze in VII, die Grund-Linie aber a1 iſt (§. 10).
2) Aus dem Puncte 1 ziehet mit VIIa eine parallel-Linie 1m.
3) Verlängert die Seiten der Figur bc, cd, de u. ſ. w.
4) Leget das Lineal an die beiden Puncte I und b, und ziehet aus dem Puncte 1 auf der verlängerten Grund-Linie ab, eine parallel-Linie bis auf die nächſtfolgende verlängerte bc, ſo könnet ihr auf derſelben den Punct 1 annehmen. Leget ferner an I und c, ziehet durch 1 auf der verlängerten bc abermal eine parallel-Linie auf die gleichfalls nächſtfolgende cd, ſo könnet ihr auf dieſer nunmehr den Punct 1 annehmen, und, indem ihr 1 und I zuſammen ziehet, den erſten verlangten Theil abſchneiden, welcher ſich zu dem Inhalte der Figur verhält, wie Ia zu VIIa.
5) Merket auf der Linie 1m den Punct 2, welcher mit den beiden zuſammengezogenen Puncten I und 1 in gerader Linie iſt.
6) Leget das Lineal an II und den Punct 1 auf der Linie cd, ziehet durch 2 auf der Linie 1m eine parallel-Linie auf die verlängerte cd, und nehmet auf dieſer den Punct 2 an. Auf gleiche Weiſe bringet dieſen Punct 2 auf die Linie de, indem ihr an II und d leget, ziehet die Puncte II und 2 zuſammen; ſo habt ihr abermal einen derer verlangten Theile abgeſchnitten. Hierauf

7) merket abermal auf der Linie 1m den Punct 3, welcher mit II2 in gerader Linie iſt. Leget an III und 2 (auf der Linie de), ziehet durch 3 auf 1m die parallel-Linie nach de, nehmet den Punct 3 auf derſelben an, ziehet III und 3 zuſammen; ſo iſt der dritte verlangte Theil abgeſchnitten.

Wenn ihr auf gleiche Weiſe in dem folgenden verfahret; ſo iſt die Figur verlangter maßen eingetheilet.

Beweis.

Indem (nro. 1) der Triangel VIIa1 dem Inhalte der Figur gleich iſt, und die Triangel, welche ihre Grund-Flächen aI, I II, II III, III IV, u. ſ. w. auf der Linie VIIa, die Spitze aber in dem Puncte 1 auf der verlängerten ab haben, ſich zu dem △ VIIa1 oder dem Inhalte der Figur verhalten, wie dieſe ihre Grund-Linien aI, I II, II III, u. ſ. w. zu der Linie aVII; ſo darf nur erwieſen werden, daß die abgeſchnittenen Theile denen Triangeln Ia1, II I 1, III II 1 u. ſ. w. gleich ſeyn, z. E. der unterſte = △ Ia1, der folgende = △ II I 1, u. ſ. f. Der Punct 1 dieſer Triangeln iſt auf der verlängerten ab.

Es iſt aber △ Ia1 = △ Iab + △ Ib1, und, wegen der parallel-Linien (nro. 4), △ Ib1 = △ Ib1 (die Spitze des einen iſt auf der verlängerten ab, des andern auf der verlängerten bc zu verſtehen). Ferner, aus eben der Urſach, iſt △ Ic1 = △ Ic1 (des einen Spitze auf der verlängerten bc, des andern auf cd). Daher iſt der Theil Iabc1 (der Punct 1 auf cd) = △ Iab + △ Ibc + △ Ic1 (der Punct 1 auf cd) = △ Ia1, der Punct 1 iſt auf der verlängerten ab, (nro. 4).

Weil nun (nro. 2) m1 mit VIIa parallel, ſo iſt auch △ II I 2 = △ II I 1 (die Puncte 1 und 2 ſind auf der Linie 1m zuverſtehen). Daher darf nur erwieſen werden, daß dieſer Theil II I 1 d 2 = △ I II 2 (der Punct 2 auf m1). Wegen der parallel-Linien aber (nro. 6), ſind die Triangel, welche nur in einer andern Lage angenommen werden, eben wie (nro. 5), beſtändig einander gleich. Daher iſt der Theil II I 1 d 2 = △ II I 1 + △ II 1 d (der Punct 1 auf cd) + △ II d 2 (2 auf de) = △ II I 2 = △ II I 1. Deren letzten beiden Puncte 2 und 1 auf m1 zuverſtehen ſind.

Bey denen übrigen Theilen iſt der Beweis eben ſo.

§. 25.

§. 25.

Aufgabe 10.

In eine Figur abcde u. ſ. w. eine gegebene Fläche ſo oft hineinzutragen, als man verlanget, und zwar dergeſtalt, daß die dadurch erhaltenen Grenzen zwiſchen den Theilen einander beſtändig parallel ſind. Tab. IV. Fig. 11.

Auflöſung.

Hier können drey Fälle vorkommen. Es laufen entweder 1) die gegenüberſtehenden Seiten, wie ak und bc von einander, oder 2) gegen einander, oder ſind 3) mit einander parallel.

Erſter Fall.

1) Ziehet mit bc durch den Punct a eine parallel-Linie af, ſo iſt der Winkel cbn = dem Winkel lam: nehmet an, daß die Linie po die gegebene Fläche ſchon beſtimme.

2) Meſſet die Winkel pam und cbn, und laſſet aus dem Puncte l auf ab eine perpendicular-Linie lm herunterfallen. Weil nun po mit ab parallel iſt, und daher der Winkel lam = dem Winkel pla; ſo ſind euch in den beiden Triangeln lam und pla alle Winkel bekant.

3) Es ſey der Winkel cbn = m, pam — lam (lam = m) = pal = n, apl = 180° — n — m = r, der *Sinus totus* = 1, die perpendicular-Linie lm = x, ab = b, und die gegebene Fläche = a^2.

So ſchlieſſet ihr in dem Triangel lam:

$$\text{Sin.m} : x = 1 : \frac{x}{\text{Sin.m}} = \text{la, ferner:}$$

$$\text{Sin.r} : \frac{x}{\text{Sin.m}} = \text{Sin.n} : \frac{x\,\text{Sin.n}}{\text{Sin.m}\,\text{Sin.r}} = \text{pl.}$$

Folglich: $\frac{x^2\,\text{Sin n}}{2\,\text{Sin m}\,\text{Sin.r}}$ = dem Inhalte des Triangels pla, und wenn ihr dieſen zu bx addiret, ſo iſt

$$bx + \frac{x^2 Sin.n}{2 Sin.m Sin\ r} = a^2,$$

$$x^2 + \frac{2b Sin.m Sin.rx}{Sin.n} = \frac{2a^2 Sin\ m Sin.r}{Sin.n}$$

$$x = \mp\sqrt{\frac{2a^2 Sin.m Sin.r}{Sin.n} + \frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2}} - \frac{b Sin\ m Sin.r}{Sin.n}$$

Zweter Fall.

4) Wenn der Winkel dtr gröſſer iſt als hkt, welchen wir iezt $= m$ ſetzen, indem ihr qk mit dt parallel ziehet, ſo wird n negativ. Da nun das übrige alles wie vorher bleibt, ſo habt ihr

$$bx - \frac{x^2 Sin.n}{2 Sin.m Sin.r} = a^2,$$ und hieraus wird gefunden $$x = \mp\sqrt{\frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} - \frac{2a^2 Sin.m Sin.r}{Sin.n}} + \frac{b Sin.m Sin.r}{Sin.n.}$$

Dritter Fall.

Wenn die beiden gegen über ſtehenden Seiten mit einander parallel ſind, ſo wird der Winkel $n = 0$,

folglich $$bx \mp \frac{x^2 Sin.n}{2 Sin\ m Sin.r} = a^2$$

$$bx = a^2.$$

Anwendung.

Beſtimmung des erſten Theils.

Weil hier die beiden Linien ap und bc oben von einander laufen, ſo haben wir den erſten Fall, und müſſen daher die Formel

x=

$$x = \mp\sqrt{\frac{2a^2 \mathrm{Sin.}m\,\mathrm{Sin.}r}{\mathrm{Sin.}n} + \frac{b^2 \mathrm{Sin.}m^2 \mathrm{Sin.}r^2}{\mathrm{Sin.}n^2}} - \frac{b\,\mathrm{Sin.}m\,\mathrm{Sin.}r}{\mathrm{Sin.}n}.$$

anwenden. Es ſey

der Winkel cbn = lam = m = 60°30′, ſein log. = 9.9396968,

⸗ ⸗ ⸗ ⸗ ⸗ apl = r = 78°30′, ⸗ ⸗ ⸗ 9.9911927

log. mr = 19.9308895

⸗ ⸗ ⸗ ⸗ ⸗ pal = n = 41°, ſein log. = 9.8169429

$$\log.\ \frac{\mathrm{Sin.}m\,\mathrm{Sin.}r}{\mathrm{Sin.}n} = 10.1139466,$$

$$\log.\ \frac{\mathrm{Sin.}m^2 \mathrm{Sin.}r^2}{\mathrm{Sin.}n^2} = 20.2278932.$$

Es ſey ferner:

$a^2 = 4°15'50''$, log. = 4.6185710
$b = 408$, log. = 2.6106602
$b^2 = 408^2$, log. = 5.2213204
2, log. = 0.3010300.

Daher iſt log. 2 = 0.3010300
log. 4°15′50″ = 4.6185710
$\log.\ \frac{\mathrm{Sin.}m\,\mathrm{Sin.}r}{\mathrm{Sin.}n} = 10.1139466$

$\log.\ \frac{2a^2 \mathrm{Sin.}m\,\mathrm{Sin.}r}{\mathrm{Sin.}n} = 5.0335476$, die Characteriſtica dieſes Logarithmen iſt um 10, wegen der Dimenſion, vermindert. Und wenn man die Zahl vor denſelben ſucht, ſo iſt ſie 108031.

Ferner: log. $b^2 = 408^2$ = 5.2213204
$\log.\ \frac{\mathrm{Sin.}m^2 \mathrm{Sin.}r^2}{\mathrm{Sin.}n^2} = 20.2278932$

$\log.\ \frac{b^2 \mathrm{Sin.}m^2 \mathrm{Sin.}r^2}{\mathrm{Sin.}n^2} = 5.4492136$, die Characte-

riſtica

riſtica dieſes iſt um 20, aus eben der vorigen Uhrſach, vermindert; die Zahl deſſelben aber iſt 281328. Addiret demnach dieſe beiden Zahlen, und ziehet aus der Summe die quadrat-Wurzel, ſo:

```
  108031
  281328
 --------
 38|93|59        | 624 beynahe.
 36
 --
   293
   122
   244
 --------
    4959
    1244 u. ſ. w.
```

Ferner: $\log. b = 408 = 2.6106602$

$$\log. \frac{\text{Sin.}\, m\, \text{Sin.}\, r}{\text{Sin.}\, n} \quad 10.1139466$$

$$\log. \frac{b\, \text{Sin.}\, m\, \text{Sin.}\, r}{\text{Sin.}\, n} = 2.7246068,$$

deſſen Characteriſtica iſt um 10 vermindert, aus eben gedachter Uhrſach; die zugehörige Zahl aber iſt 530.

Wenn ihr dieſe von 624 abziehet,
530
ſo bleiben 94 = x.

Wenn ihr daher dieſe 94 Theile von dem Maaß-Stabe abnehmet, und in dieſer Entfernung die Linie po mit ab parallel ziehet; ſo iſt pabo der erſte verlangte Theil.

Beſtimmung des zweten Theils.

Ziehet erſtlich mit po oder ab eine parallel-Linie kt durch die Spize des Winkels k, rechnet den Raum kpoct beſonders aus,

aus, ſo werdet ihr denſelben 11°5′50″ finden. Dieſen ziehet von a^2 = 4°15′50″ ab,

1 15 50

ſo bleiben 3°00′00″, welche ihr ietzt = a^2 ſetzet.

Weil nun die Linien hier oben zuſammen laufen, ſo müſſet ihr die Formel des zweten Falles

$$x = \mp\sqrt{\frac{b^2 \text{Sin.}m^2 \text{Sin.}r^2}{\text{Sin.}n^2} - \frac{2a^2 \text{Sin.}m \text{Sin}\, r}{\text{Sin.}n}} \mp \frac{b \text{Sin.}m \text{Sin.}r}{\text{Sin.}n}$$

anwenden.

Es ſey demnach:

Der Winkel hkt = m = 50°15′, log. = 9.8858370
" " " qkh = n = 69°, log. = 9.9701517
alſo 180° − m − n = r = 60°45′, log. = 9.9407634

log Sin. m Sin. r = 19.8266004,

$$\log.\frac{\text{Sin.}m\text{Sin.}r}{\text{Sin.}n} = 9.8564487,$$

$$\log.\frac{\text{Sin}\,m^2\text{Sin}\,r^2}{\text{Sin.}n^2} = 19.7128974.$$

Es ſey ferner kt = b = 477, log. = 2.6785184
$kt^2 = b^2 = 477^2$, log. = 5.3570368
log. 2 = 0.3010300

$$\log.\frac{b^2\text{Sin.}m^2\text{Sin.}r^2}{\text{Sin.}n^2} = 5.0699342.$$

Dieſes Characteriſtica iſt um 20 vermindert, die Zahl aber vor dieſen Logarithmum iſt 117472.

$$\left.\begin{aligned} \log.\ 2 &= 0.3010300 \\ \log.\ a^2 = 30000 &= 4.4771213 \\ \log.\ \frac{Sin.mSin.r}{Sin.n} &= 9.8564487 \end{aligned}\right\}$$

$$\log.\ \frac{2a^2 Sin.mSin.r}{Sin.n} = 4.6346000.$$

Dieſes Characteriſtica iſt um 10 vermindert, und die zugehörige Zahl 43112. Wenn ihr dieſe von iener ab, und aus der Differentz die quadrat-Wurtzel ziehet; ſo erhaltet ihr

```
 117472
  43112
 ------
  7|43|60        |273 beynahe.
  4
 --
  343
   47
  329
 -----
   1460
    543   u. ſ. w.
```

$$\text{Ferner: } \left.\begin{aligned} \log.\ b = 477 &= 2.6785184 \\ \log.\ \frac{Sin\ mSin.r}{Sin.n} &= 9.8564487 \end{aligned}\right\}$$

$$\log.\ \frac{bSin.mSin.r}{Sin.n} = 2.5349671.$$

Dieſes Characteriſtica iſt um 10 vermindert, und die Zahl des Logarithmen 342. Von dieſer ziehet 273 ab, ſo bleiben 69 = x. Wenn ihr dieſe, wie vorher, von dem Maaß-Stabe abnehmet, und mit dieſer Eröfnung ſv mit kt parallel ziehet; ſo iſt abermal ein Theil determinirt.

Beſtim-

Beſtimmung des dritten Theils.

Hierauf ziehet durch den Punct h parallel mit ſv die Linie hw, meſſet den Raum hſvdw (§. 10) aus. Und weil ihr denſelben 3°30′60″ findet, ſo ziehet ihn von dem Inhalte 4°15′50″ ab, ſo bleiben
3 30 60

84 90, welche ihr vor a^2 in der Formel ſetzen müſſet. Weil nun die Linien wieder von einander laufen, ſo gebrauchet ihr die erſte Formel

$$x = \mp \sqrt{\frac{2a^2 Sin.m Sin.r}{Sin.n} + \frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2}} - \frac{b Sin.m Sin.r}{Sin.n}.$$

Es iſt aber $m = 78°30'$, log. 9.9911927
$r = 69°30'$, log. 9.9715876
$n = 32°$, log. 9.7242097

log Sin.mSin r = 19.9627803

$$\log. \frac{Sin.m Sin.r}{Sin.n} = 10.2385706$$

$$\log. \frac{Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} = 20.4771412.$$

$a^2 = 8490$, log. = 3.9289077.
Weil nun $hw = b = 292$, iſt log. = 2.4653828
$hw^2 = b^2 = 292^2$ log. = 4.0307656
log. 2 = 0.3010300.

Alſo: $\log. \frac{2a^2 Sin.m Sin.r}{Sin.n} = 4.4685083$, dieſes Zahl iſt beynahe 29411.

$\log. \frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} = 5.4079068$, dieſes Zahl iſt beynahe 255804.

Addiret beide 2 5 5 8 0 4
2 9 4 1 1

und ziehet die Wurtzel aus 2 8 | 5 2 | 1 5 | 534 beynahe.
2 5
3 5 2
1 0 3
3 0 9
4 3 1 5
1 0 6 4
4 2 5 6
5 9 u. ſ. w.

$$\text{Addiret } \log. b = 292 = 2.4653828$$
$$\text{und } \log. \frac{\text{Sin.mSin.r}}{\text{Sin.n}} = 10.2385706$$

$$\log. \frac{\text{bSin mSin.r}}{\text{Sin.n}} = 2.7039534,$$ dieſes Zahl iſt 505;

abgezogen von 534
505
bleiben 31 = x.

Beſtimmung des vierten Theils.

Hier müſſet ihr vorher ausmachen, ob der Raum xyefg annoch ſo groß ſey, wie $a^2 = 4^\circ 15' 50''$. Wenn ihr ihn aber meſſet, ſo findet ihr ſeinen Inhalt $4^\circ 16' 50''$, und daher noch gröſſer. Ziehet alſo gz mit xy parallel, meſſet den Raum gxyezg, und es iſt derſelbe $2^\circ 69' 70''$. Wenn ihr dieſen von 4 15 50 abziehet, ſo

bleiben $1^\circ 45' 80''$, welche nunmehr $= a^2$ ſind.

Wenn ihr nun abermal die Formel

x =

$$x = \mp \sqrt{\frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} - \frac{2a^2 Sin.mSin.r}{Sin.n}} \pm \frac{bSin.mSin.r}{Sin.n}$$

anwendet; ſo iſt

Der Winkel m = 26°30′, log. = 9.6495274
  „ „ r = 31°, „ „ = 9.7118393
  „ „ n = 122°30′, „ = 9.9260292

$\log. Sin.mSin.n = 19.3613667$

$\log. \frac{Sin.mSin.r}{Sin.n} = 9.4353375$

$\log. \frac{Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} = 18.8706750$

$\log. a^2 = 14580 = 4.1637575$

$\log. b = 338 = 2.5289167$

$\log. b^2 = 338^2 = 5.0578334$

$\log 2 = 0.3010300$

$\log. \frac{b^2 Sin.m^2 Sin.r^2}{Sin.n^2} = 3.9285084$, dieſes Zahl iſt 8 4 8 2, beynahe

$\log. \frac{2a^2 Sin.mSin.r}{Sin.n} = 3.9001250$, dieſes Zahl iſt 7 9 4 6, dieſe ab- und die Wurtzel ausgezogen

```
 7 9 4 6
 5|3 6      |23 beynahe.
 4|
 1 3 6
   4 3
 1 2 9
     7  u. ſ. w.
```

$$\log. \frac{b \text{Sin}. m \text{Sin}. r}{\text{Sin}. n} = 1.9642542,$$ dieſes Zahl iſt bey⸗

nahe 92,
ſubtrahiret 23

bleiben 69 = x. Es bleibt daher das Stück ABf übrig, welches daher kommt, weil der Inhalt willkührlich angenommen iſt. Hätte aber die Figur in lauter gleiche Theile ſollen getheilet werden, ſo wäre vorher erſt nöthig geweſen, ſie auf einen Triangel zureduciren, von welchem man einen partem aliquotam hätte nehmen und in die Figur hineintragen können.

§. 26.

Zuſatz.

Es gilt auch hier, was (§. 13, 15, 20) iſt geſagt worden, daß man nemlich nach einer gewiſſen Verhältniß auch dieſe Figur hätte eintheilen können, wenn man dieſelbe vorher auf einen Triangel reducirt, die eine Seite deſſelben nach der gegebenen Verhältniß eingetheilt, und den Inhalt eines iedweden ſolchen Triangels beſonders hineingetragen hätte.

§. 27.

Anmerckung.

Es iſt leicht, eine algebraiſche Gleichung anzugeben, aus welcher x durch die Conſtruction herausgebracht wird. Weil aber die Conſtructionen öfters, wegen der gar zu groſſen Ungleichheit derer Linien und Winkel, zufälliger Weiſe unmöglich werden, und daher nicht iederzeit allgemein ſind; ſo laſſen wir es bey der vorhergehenden Aufgabe bewenden.

Cap. 3.

Von der Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten.

§. 28.

Nunmehr wollen wir die Anwendung des vorhergehenden auf die Grenz-Streitigkeiten machen.

Das vornehmſte, welches hierbey genau zubeobachten vorkommt, iſt, daß man dasienige, was eigentlich ſtreitig oder ungewiß iſt, von dem genau unterſcheide, worüber nicht geſtritten wird.

§. 29.

Aufgabe 11.

Eine Grenz-Streitigkeit zuentſcheiden.

Auflöſung.

1) **Dasienige Feld, worüber der Streit geführet wird, nehmet vorhero auf.**

2) **Theilet daſſelbe auf dem Papiere alſo ab, wie es, vermöge derer Kauf-Briefe, oder andern Bedingungen geſchehen ſolte.**

3) **Stecket die Figur, welche ihr auf dem Papiere habt, auf dem Felde ab; ſo iſt der Streit entſchieden.**

§. 30.

Anmerckung.

Dieſes iſt die allgemeine Aufgabe, nach welcher alle Grenz-Streitigkeiten müſſen entſchieden werden, und deren Anwendung wir in folgenden beſondern Fällen zeigen werden.

§. 31.

Aufgabe 12. (nro. 1).

Erſter Fall.

Ein Stück Garten-Land abcdfgha **ſolte in ſechs gleiche Theile getheilet ſeyn, welche in** f, **woſelbſt man ſich einen Brunnen** Tab. I. Fig. 6.

vor-

vorſtellen mag, zuſammen ſtoßen. Es entſtehet aber Streit unter denen Beſitzern überhaupt, welche ſich beſchuldigen, einander die Grenzen verrückt zuhaben; man ſoll daher den Streit entſcheiden, und einem iedweden das ſeinige anweiſen.

Auflöſung.

1) Leget die Figur in Grund.
2) Theilet ſie auf dem Papiere in die verlangten ſechs Theile (§. 12), und ſtecket
3) die Puncte auf dem Felde ab.

Aufgabe (nro. 2).

Zweter Fall.

Geſetzt aber, es wäre nicht unter allen, ſondern nur einigen, dreyen z. E., welche die drey Theile 3fkb beſitzen, Streit entſtanden, dergeſtalt, daß man blos die Linien f4 und f5 vor unrichtig hielte.

Auflöſung.

1) Leget das Stück 3fkb in Grund,
2) theilet ſolches in die verlangten drey Theile, welche in f zuſammenſtoßen (§. 12), und
3) ſtecket die Puncte auf dem Felde ab.

Aufgabe (nro. 3).

Dritter Fall.

Man ſetzt, es ſey die gemachte Eintheilung ſchon uhralt, und man wiſſe das Maaß nicht mehr, nach welchem die Ausmeſſung geſchehen ſey, es haben auch die Beſitzere nicht gleichen Antheil an dem Felde, worüber alle ſtreitig ſind, gehabt; ſondern

der Kauf-Brief	des	A	laute	über	120°
:	:	B	:		76°
:	:	C	:		96°
:	:	D	:		48°
:	:	E	:		150°
:	:	F	:		80°
					570°.

Auf-

Auflöſung.

Man ſetzt z. E. es ſolle A ſeinen Theil zur Linken bey g, B ſeinen neben dem vorigen zur Rechten u. ſ. w. bekommen.

1) Leget die Figur in Grund, nach was vor einem Maaße ihr wollet, und reduciret ſie auf einen Triangel 1f7.

2) Addiret die Inhalte nach denen Kauf-Briefen, ſo habt ihr die Summe 570°.

3) Meſſet die Grund-Linie des Triangels, welche in unſerm Falle 566 iſt.

4) Rechnet: ſo wie die Summe derer Kauf-Briefe 570° zu der ganzen Grund-Linie 566, ſo auch 120 zu der Grund-Linie des Triangels, welchen A haben muß. Die gefundene vierte proportional-Zahl nehmet von dem Maaß-Stabe ab, den Bruch, wenn einer kommt, laſſet weg, und traget dieſe Linie aus dem Puncte 1 gegen 7; ſo habt ihr die Grund-Linie vor einen Triangel beſtimmet. Hierauf addiret die beiden Briefe des A und B, und mit ihrer Summe 196° ſetzet die Rechnung fort, wie vorher. Die gefundene vierte proportional-Zahl traget ihr aus eben dem Puncte 1 gegen 7. Alsdenn addiret die drey Briefe A, B und C, und ſo fort, bis zu Ende, wie die folgende Rechnung zeigt.

```
                          87
                         102(9
570 : 566  =  120 : 6792 | 119. Grund-Linie des
       12                8777 |      erſten Theils.
     ----                 88
     1132
     566
     ----
     6792
```

A = 120°
B = 76°
―――
196

```
                                  2
                                 883
                                 6365
570 : 566 = 196 : 11099366 | 194. Grund-Linie
      196                 87770 |   vor A und B.
     ----                  88
      3396
     5094
     566
    ------
    110936

A + B = 196°
    C =  96°
       -----
        292
                                  15
                                 181
                                 81684
570 : 566 = 292 : 1682772 | 289. Grund-Linie
      292                 87770 |  vor A, B und C.
     ----                  88
      1132
     5094
     1132
    ------
    165272

A + B + C = 292°
        D =  48°
           -----
            340
                                  43
                                 268
                                 41335
570 : 566 = 340 : 19244 | 337. Grund-Linie
       34            8777 |  vor A, B, C und D.
     ----             88
      2264
     1698
    ------
     19244
```

A + B

A + B + C + D = 340
E = 150
450

```
                          83
                          4972
570 : 566 = 490 : 27734 | 486. Grund=Linie
      49                 8777 | vor A, B, C, D und E.
                          88
     5094
    2264
    27734
```

Welche fünf Grund-Linien eigentlich nur dürfen gefunden werden.

5) Wenn ihr dieſe Puncte, wie (§. 12) gelehret worden, an die Peripherie der Figur bringet, und

6) dieſe Eintheilung alſo auf das Feld traget, wie ſie auf dem Papiere gemacht worden; ſo iſt die Eintheilung geſchehen.

Aufgabe (nro. 4).

Vierter Fall.

Wofern die Streitigkeit nur einige Theile der Figur, z. E. 3fkb, welche wir C, D und E nennen wollen, betrift, und beſonders die Linien f4, f5; ſo iſt die Rechnung hier eben ſo, wie im vorigen Falle.

Auflöſung.

1) Man legt die Figur 3fkb in Grund,

2) Reducirt ſie auf einen Triangel, und miſſet die Grund-Linie 3, 6 deſſelben, welche in unſerm Falle 285 iſt.

3) Addirt man die Kauf-Briefe C, D und E, ſo iſt die Summe 294°. Alsdenn rechnet man

```
 49                   13
 98      95     48    98(3
294  :  285  =  96 : 4560 | 93. Grund-Linie vor
         48             490 |     vor C.
        760               4
        380
       4560
```

$C = 96^\circ$
$D = 48^\circ$
144

```
                                    1(2
                                    171
 49                                 2979
 98        95            72         6840 | 139.  Grund-Linie
 294  :    288     =     144   :    1999 |       vor C und D.
           72                        44
          190
          665
          6840
```

Denn weiter darf keine berechnet werden.

4) Wenn ihr nun dieſe beiden gefundenen Linien aus dem Puncte 3 gegen 7 traget; ſo habt ihr die beiden Puncte 4 und 5 richtig beſtimmet: und wenn einige derer Puncte auſſerhalb der Figur fallen, ſo bringet ihr ſie an die Grenzen derſelben, wie (§. 12) gelehret worden.

§. 32.

Anmerckung 1.

Wir haben die Berechnung derer Linien und das Abtragen derſelben, beſtändig aus einem gemeinſchaftlichen Puncte 1 oder 3 in dem vorhergehenden Spho aus der Uhrſach alſo eingerichtet, damit kein merklicher Fehler in Beſtimmung des letzten Theils daraus entſtehen möge, daß wir die Brüche bey der Berechnung weggelaſſen haben. Denn, indem die Grund-Linie des erſten Theils von 1 gegen 7 berechnet, und der Bruch weggeworfen wird, ſo begeht man in der That einen Fehler, welchen man zwar bey dieſem einzelnen Theile aus der Acht laſſen kann, weil die Linie, durch Hülfe des Maaß-Stabes, nicht genauer gemeſſen werden kann. Wolte man aber von dieſem unrichtig angenommenen Puncte, die Grund-Linie des folgenden Theils abermal etwas zu klein annehmen, und ſo fort; ſo würden alle dieſe Fehler bey dem letzten Theile gehäuft, und derſelbe merklich zu groß werden, und dieſes um deſto mehr, ie mehr de-

rer Theile ſind. Daher hat man bey Eintheilung derer Linien, welche durch Rechnung gefunden wird, vor allen Dingen darauf zuſehen, daß man ſich niemals auf vorhergegangene unrichtige Beſtimmungen gründet: welches auf dem Felde bey Abſteckung der Figur eben ſo wohl zubeobachten iſt, als auf dem Papiere.

§. 33.

Anmerkung 2.

Weil die Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten, im Falle, da verſchiedene gleichen Antheil an einem Felde haben, gar leicht und ohne Weitläuftigkeiten wird geſchehen können; ſo wollen wir nur noch einige Exempel anführen und berechnen, von denen Fällen, in welchen die Theile verſchieden ſind.

§. 34.

Aufgabe 13. (nro. 1).

Ueber ein Feld abcd u. ſ. w. oder Garten-Land, welches alſo unter acht Beſitzere vertheilt, daß die Theile alle innerhalb der Figur in einem Puncte k zuſammen ſtoßen, iſt Streit entſtanden, dergeſtalt, daß ieglicher meint, er habe zu wenig. Wenn nun die Kauf-Briefe folgender Geſtalt lauten: Tab. II. Fig. 6.

des	A	96°
—	B	84°
—	C	130°
—	D	245°
—	E	115°
—	F	170°
—	G	205°
—	H	55°

Summe = 1100°, und nach dieſer Verhältniß zu dem Ganzen die Eintheilung ſoll gemacht werden; ſo will man wiſſen, wie dieſelbe richtig geſchehe?

Auflöſung.

1) Leget die Figur gehörig in Grund.

2) Reduciret dieſelbe aus dem Puncte k (§. 14) auf einen Triangel mk8.

3) Meſſet die Grund-Linie deſſelben m8, welche in unſerm Falle 750 iſt, und rechnet, wie im vorigen §pho:

 1100:

1
18(5
1100 : 780 = 96 : 720 | 65 Erſte Linie.
22 15 48 111
11 15 1
240
48
720

96
84
180
(1
12
88(6
22 : 15 = 180 : 2700 | 122 Zwote Linie.
15 2222
900 22
18
2700

180
130
310
1
23(8
22 : 15 = 310 : 4680 | 211 Dritte Linie.
15 2222
1550 22
31
4650

310
245
555
1
132
278(9
22 : 15 = 555 : 8328 | 378 Vierte Linie.
15 2222
2775 22
555
8325

```
 555
 115
 ---
 670                         11
                             22(1
 22 : 15 = 670 : 10080(0 | 457 Fünfte Linie.
            15   2222  |
           ----   22
           3350
            67
           -----
           10050

 670
 170                          (1
 ---                          2
 840                      1286(6
 22 : 15 = 840 : 12600 | 572 Sechſte Linie.
            15   2222  |
           ----   22
           4200
            84
           -----
           12600

 840
 205
 ----                         (1
 1045                     128(1
 22 : 15 = 1045 : 15675 | 712 Siebende Linie.
             15   2222  |
           -----   22
           5225
           1045
           -----
           15675
```

7) Dieſe ſieben Linien nehmet ihr nach einander von dem Maaß-Stabe ab, und traget ſie beſtändig aus dem Puncte m gegen den Punct 8 auf die Grund-Linie des Triangels mk8; ſo habt ihr die Puncte auf derſelben beſtimmet. Bringet ihr nun

5) die-

5) diejenigen, welche noch nicht an die Grenzen der Figur fallen, nach (§. 14) an dieſelben, und ziehet ſie mit k zuſammen; ſo iſt die Eintheilung auf dem Papiere geſchehen, und ihr dürfet

6) dieſelbe nur auf dem Felde noch abſtecken.

Aufgabe (nro. 2).

Nun wollen wir ſetzen, es wären die Streitigkeiten nur über die vier Theile D, E, F und G zwiſchen 3kv, und man ſolle die Richtigkeit derer Linien k4, k5 und kt beſtimmen.

Aufloͤſung.

1) So reduciret dieſe vier Theile auf den Triangel 3k7, und meſſet deſſen Grund-Linie, welche in unſerm Falle 374 ſeyn mag.

2) Addiret die vier Kauf-Briefe

D 245
E 115
F 170
und G 205

735, und rechnet:

1
2
16(9
382
468(8
735 : 374 : 248 : 18326 | 124 erſte Linie.
147 49 | 14777
144
1

374
49
3366
1496
18326

245
115
360

1
14(2
404
12226(7
735 : 374 = 360 : 26928 | 183 Zwote Linie.
147 72 | 14777
144
1

374
72
748
2618
26928

(1
360   18
170   440
530   086
106   1122(1
738 : 374 = 830 : 39644 | 269 Dritte Linie.
147   106   14777
2244   144
374   1
39644

3) Wenn ihr dieſe drey Linien, wie in der vorhergehenden Auflöſung, aus dem Puncte 3 gegen 7, auf die Grund-Linie des Triangels traget, und ſelbige an die Grenzen der Figur bringet, wenn es nöthig iſt (§. 14); ſo habt ihr die Eintheilung auf dem Papiere, welche ihr

4) auf dem Felde abſtecken könnet.

§. 35.

Aufgabe 14.

Ein gewiſſes Feld VIb iſt unter ſechs Bauern, laut folgenden Kauf-Briefen, vertheilt geweſen. Tab. II. Fig. 7.

A	380°
B	460°
C	520°
D	245°
E	650°
F	365°
	2620°.

A hat ſeinen Theil unten an ab, B, C, D, E und F folgen ſofort hinaufwärts. Nun hat C erwieſen, daß ihm ſein Nachbar B auf der einen, und D auf der andern Seite, iener ſeit 20, dieſer ſeit 12 Jahren die Grenzen zu nahe gerückt haben. Jngleichen hat E dargethan, daß ihm D gleichfalls auf der einen und F auf der andern Seite, iener ſeit 10, dieſer ſeit 6 Jahren zu nahe gekommen ſey. Da doch aber ein iedweder das ſeinige haben will; ſo

wird einem Feld-Meſſer von der Obrigkeit aufgetragen, er ſolle 1) die richtige Eintheilung derer Aecker nach denen Kauf-Briefen wieder herſtellen, 2) berechnen, wie viel ieglicher ſeinem Nachbar abgepflüget, und 3) beſtimmen, wie hoch ſich die Erſetzung des Schadens belaufe, welchen iedweder ſeinem Nachbar ſeit gedachter Zeit zugefügt hat, wenn man nemlich den iährlichen Betrag von 120° zu 5 Rthln. rechnet?

Auflöſung

Des erſten Falles.

1) Man nimt das ganze Feld erſt gehörig auf, und zwar mit allen falſchen Eintheilungen, welche, mehrerer Deutlichkeit halber, mit andern, z. E. punctirten Linien können gezogen werden. Alsdenn reducirt man

2) Die Figur (§. 17) auf den Triangel VIaα, deſſen Grund-Linie aVI iſt. Dieſe wird, da ſie 458 gemeſſen iſt, nach Verhältniß derer Kauf-Briefe, wie folget, eingetheilt:

2620 : 458 = 380 : 8702 | 66 erſte Linie.

131   19

4122
458
8702

(Nebenrechnung: 2(5, 86, 29 4(6 über 8702; 1 3 1 1, 1 3 darunter)

380
460
840

2620 : 458 = 840 : 19236 | 146 zwote Linie.

131   42

916
1832
19236

(Nebenrechnung: (1, 2, 8, 2 9(1, 6 1 9(0 über 19236; 1 3 1 1 1, 1 3 3, 2 darunter)

```
  840                              1
  520                              13(9
 ----                              400
 1360                   68         1801(7
2620  :  458  =   1360  :  31144 | 237 dritte Linie.
 131      68                       13111
        ----                       133
        3664                       1
       2748
      -----
       31144

 1360
  245                              (1
 ----                              288
 1605                              311(4
          229          321
 2820  :  488   =     1808  :  7380(9 | 280 vierte Linie.
  824                  229         2822
                      ----         28
  262                 2889
                      642
                     642
                    -----
                    73509

 1605                              (3
  650                              14
 ----                              60
 2255                              242(1
          229         451          4860(3
 2820  :  488   =    2288  :  103278 | 393 fünfte Linie.
  824                 229          28222
                     ----          266
  262                4059          2
                     902
                    902
                  ------
                  103279
```

Dieſe Linien werden, wie vorher, aus dem Puncte a gegen VI, nach einander auf aVI getragen. Wenn nun

 3) nach

3) nach (§. 17) die Eintheilung verrichtet wird; ſo iſt der erſten Forderung ein Genügen geſchehen.

Des zweten Falles.

1) Weil ihr nun den Theil des B, welchen er gegenwärtig beſitzt, auf dem Papiere, und mit punctirten Linien angezeiget, ingleichen ſeinen würklichen Antheil, laut denen Kauf-Briefen, aufgetragen habt; ſo rechnet beide aus, ziehet ienen von dieſem ab, ſo zeigt der Unterſcheid, um wie viel die Grenze IIp dem C zu nahe geruckt ſey, oder, wie viel B dem C herausgeben müſſe. Wir wollen dieſen Inhalt 15° ſetzen. Darauf rechnet

2) Den Theil des C aus zwiſchen denen punctirten Linien, adiret zu demſelben die vorhergefundenen 15°, und die Summe ziehet von dem Theile C, nach denen Kauf-Briefen berechnet, ab; ſo zeigt der Unterſcheid, wie viel D dem C entwendet habe: wir wollen ſetzen 24°.

3) Nun rechnet den Theil D, nach denen Kauf-Briefen, aus, ingleichen nach den punctirten oder falſchen Grenzen: hiervon ziehet die gefundenen 24° ab, und von dieſem Unterſcheide abermal den Inhalt D nach denen Kauf-Briefen; ſo habt ihr gefunden; um wie viel D dem E zu nahe gekommen ſey: wir wollen ſetzen um 14°. Ziehet ihr nun endlich

4) den wahren Inhalt des Theils F, nach denen Kauf-Briefen, von dem punctirten Inhalte eben dieſes Theils ab; ſo zeigt der Unterſcheid, wie viel F dem E entwendet habe: es ſeyn 18°.

Daher hat B von C 15° ſeit 20 Jahren,
— — D — C 24° — 12 — —,
— — D — E 14° — 10 — —,
— — F — E 18° — 6 — — zu viel beſeſſen.

Des dritten Falles.

Wollet ihr nun die dritte Frage beantworten; ſo berechnet, wie viel B von denen 15°, welche er ſeit 20 Jahren mit Unrecht beſeſſen, dem C erſetzen müſſe: 120° iährlich zu 5 Rthl. Zinſen gerechnet. Und eben ſo die folgenden Poſten.

2. §.

$$\begin{array}{l} \quad\quad\quad\quad 5 \quad\quad\quad\quad\quad (1 \\ 2 \,.\, 8 \,.\, 120 : 18 = 5 : 28 \;\big|\; 12 \text{ Rthl. } 12 \text{ ggl.,} \\ \quad\quad\quad 1 : 20 \quad\quad\quad\quad 22 \end{array}$$

welche B dem C erſetzen muß.

$$\begin{array}{l} \quad\quad\quad\quad\quad 12 \\ 2 \,.\, 10 \,.\, 120 : 24 = 8 : 12 \text{ Rthl.,} \\ \quad\quad\quad\quad 1 : 12 \end{array}$$

welche D dem C erſetzen muß.

$$\begin{array}{l} \quad\quad\quad\quad 7 \\ 6 \,.\, 120 : 14 = 5 : 35 \;\big|\; 5 \text{ Rthl. } 20 \text{ ggl.,} \\ \quad\quad 1 : 10 \quad\quad\quad\quad 6 \end{array}$$

welche D dem E erſetzen muß.

$$\begin{array}{l} \quad\quad\quad\quad\quad 9 \quad\quad\quad\quad 1 \\ 2 \,.\, 4 \,.\, 120 : 18 = 8 : 9 \;\big|\; 4 \text{ Rthl. } 12 \text{ ggl.,} \\ \quad\quad\quad 1 : 6 \quad\quad\quad\quad 2 \end{array}$$

welche F dem E erſetzen muß.

§. 36.

Aufgabe 15.

Ein Stück Land zwiſchen den beiden Linien ab und αβ ſey unter vier Beſitzere A, B, C und D vertheilt, daß die Grenzen ohngefehr durch die Linien nw, ex und rff angedeutet ſind; doch nicht in gleiche Theile, wie hier, ſondern nach folgenden Kauf-Briefen: Tab. III. Fig. 8, 9.

A	2800°
B	1500°
C	1200°
D	4300°
	9800°.

A hat ſeinen Theil unten, B, C und D folgen nach der Reihe hinaufwärts. Die Beſchwehrden, welche die Nachbarn über einander führen, und weswegen der Proceß geführt wird, ſind folgende. B hat erwieſen, daß ſein Nachbar C ſchon ſeit 30 Jahren die Grenzen verrückt, und giebt vor, dieſer ſey ihm dadurch zu nahe gekommen: weil iener aber gerichtliche Klagen gefürchtet, ſo

ſo hat er ſtille geſchwiegen, ſich an dem A ſeines Schadens zuerholen geſucht, und 3 Jahr nachher demſelben die Grenzen gleichfalls geändert. Weil nun C auf gleiche Weiſe iſt überführt worden, daß er ſeit 8 Jahren ganz andere Grenzen gemacht habe, und der Betrug dem neuen Beſitzer D, in Betracht ſeines Kauf-Briefes, gar merklich vorkommt, ſich auch an der andern Seite an niemandem wieder erholen kann; ſo fängt dieſer an zuklagen, und dadurch gerahten alle vier in einen förmlichen Proceß.

Nun wird einem Feld-Meſſer von der Obrigkeit aufgetragen, er ſolle 1) das ganze Feld, nach dem Rheinländiſchen decimal-Maaße ausmeſſen, 2) die richtige Eintheilung wieder herſtellen, und zugleich den Antheil eines iedweden nach gedachtem Rheinländiſchen Maaße beſtimmen. Darauf ſoll er 3) unterſuchen, ob, und wie viel einem iedweden zu nahe geſchehen ſey. Weil nun B bemittelt und im Stande iſt, dem A ſeinen Schaden, welchen dieſer glaubt, erlitten zuhaben, mit Gelde wiederum zuerſetzen, ſo ſoll berechnet werden, wie hoch ſich derſelbe erſtrecke, wenn ihm dergleichen würklich zugefügt ſey. Wofern C aber um ſich gegriffen hätte, ſo ſolle er gehalten ſeyn, weil er arm iſt und kein Geld bezahlen kann, ſeinem Nachbar vor den Schaden ſo viel Land abzutreten, als derſelbe ausmacht. Da denn angenommen wird, daß der jährliche Betrag von 120° 5 Rthl., das Kaufpretium aber 100 Rthl. ſey. Nach dieſem Fuß verlangt man alſo, daß 4) die neuen Grenzen nw, ex, rſſ und der neue Antheil eines ieglichen, ſo wohl nach dem Rheinländiſchen Maaße, als auch demienigen, auf welches ſich die Kauf-Briefe gründen, angegeben werden. Weil endlich dieſes Maaß in alten gerichtlichen Kauf-Briefen ſehr gewöhnlich iſt; ſo will man 5) wiſſen, wie ſich die Länge einer ſolchen Ruthe zu der Rheinländiſchen Ruthe verhalte.

Auflöſung
des erſten Falles.

1) Wir ſetzen voraus, daß der Feld-Meſſer im Stande ſey, ein Feld gehörig aufzunehmen. Dieſes muß hier zuerſt nach dem Rheinländiſchen Maaß geſchehen, und zwar mit denenieni-

ienigen Grenzen nw, ex und rſſ, welche mit punctirten Linien können angedeutet werden, und über welche der Streit iſt. Darauf reducirt er

2) die ganze Figur zwiſchen αβ und ab auf einen Triangel (§. 10), und mißt denſelben aus. Wir wollen ſetzen, er habe den Inhalt 12000° gefunden. Weil er nun auf dem Papiere das Rheinländiſche Maaß braucht, ſo muß er in der

Auflöſung des zweten Falles

1) das alte Maaß vorher auf das Rheinländiſche, wie folgt, reduciren, und zwar den Antheil eines iedweden beſonders.

```
                        4       326(4 |
9800 : 12000 =       2800  :   24000  | 3428°. Antheil des A.
49       60            60       7777  |
7                   -----
                    24000

                               123(3
                               4999
                              81883(6 |
  49 : 60 =          1500  :  90000   | 1836°. Antheil des B.
                       60     49999   |
                    -----      444
                    90000

                                11
                               84(1
                               2700
                              8348(9 |
  49 : 60 =          1200  :  72000   | 1469°. Antheil des C.
                       60     49999   |
                    -----      444
                    72000

                                82
                               88(1
                              1328(5  |
  49 : 60 =          4300  : 258000   | 5265°. Antheil des
                       60     49999   |        D.
                   ------      444
                   258000
```

Nun

Nun habt ihr

2) gefunden, wie viel einem ieden nach dem Rheinländiſchen Maaß gebühre. Wenn ihr

3) dieſe vier Theile in die Figur tragen wollet, ſo zerfället einen ieglichen derſelben in zween factores, welche einander nicht ſo gar ungleich ſind, und wenn dieſes nicht genau angehet, ſo nehmet eine Zahl nach Belieben an, dividiret den gegebenen Inhalt durch dieſelbe, an das überbliebene hänget zwo Nullen, und wenn ihr mit der Diviſion fortfahret; ſo bekommet ihr eine Zahl zum Quotienten, welche den andern factorem in Ruthen, Schuhen, Zollen, und alſo genau, als es nach dem Maaß-Stabe nöthig iſt, und abgenommen werden kann, ausdrucket.

Z. E. Der Inhalt des A iſt 3428°. Weil ſich dieſe Zahl durch 4 dividiren läßt, der Quotient 857 aber nicht ferner, die factores 4 und 857 aber einander gar ſehr ungleich und daher ungeſchickt ſind; ſo multipliciret 4 noch mit 12, und dividiret durch das Product 48 den Inhalt 3428°, indem ihr zwo Nullen anhänget, wie folget:

```
  24
 6608
34280(0 | 71°4'2".
 48888
  444
```

Daher ſind vor den Inhalt A die beiden factores 48° und 71°4'2".

Ferner: dividiret den Inhalt B = 1836 durch 12.

```
 6
1836 | 153,
1222
 11
```

dieſen Quotienten wieder durch 3, ſo kommen 51. Wenn ihr nun 3 in 12 multipliciret, ſo ſind die beiden factores 36° und 51° vor B.

Zerfället nun 1469° den Inhalt von C, weil er ſich durch 13 dividiren läßt, und weiter nicht, durch die Diviſion wiederum,

derum, indem ihr 13 in 5 multipliciret, und durch das Product 65 gleichfalls dividiret; ſo habt ihr

13	
243	
24690	22°6′ und 65° vor C.
6888	
66	

Dividiret 5265 durch 5, den Quotienten 1053 durch 3, daß 351 kommen, ſo habt ihr die beiden factores 351 und 45. Sind euch dieſe beiden noch nicht bequem genug, ſo nehmet 45 doppelt, und dividiret 5265 durch 90, wie folget, ſo habt ihr:

14	
52650	58°5′ und 90° vor die factores von D.
9990	

Wollet ihr nun

4) einen nach dem andern von dieſen Theilen in die Figur hineintragen, ſo ſetzet zwo Linien AD und AB rechtwinklicht zuſammen, nehmet die gefundenen factores, z. E. des erſten Theils 48° und 71°4′2″ von dem Maaß-Stabe ab, traget ſie auf die beiden Seiten AD und AB, von dem Puncte A an gerechnet; ſo habt ihr einen Triangel, welcher halb ſo groß iſt, wie der Inhalt 3428°, wenn ihr deren zween nach (§. 20) in die Figur hineintraget, ſo habt ihr einen derer verlangten Theile, und wenn ihr auf gleiche Weiſe mit denen übrigen verfahret, die andern beſtimmet. Hierauf rechnet Tab. III. Fig. 9. Fig. 8.

5) den punctirten Inhalt von A aus, ziehet ihn, wenn er kleiner iſt, von dem wahren Inhalte 3428° (nro. 1) ab; ſo zeigt der Unterſcheid, wie viel B dem A entwendet habe: wir wollen ſetzen 64°. Dieſe 64° ziehet von dem punctirten Inhalte B, welchen ihr gleichfalls berechnet habt, ab, und den Unterſcheid wiederum von dem (nro. 1) gefundenen wahren Inhalte B = 1836°, wenn iener kleiner iſt als dieſer; ſo iſt klahr, um wie viel C dem B zu nahe gekommen ſey: es mögen 130°

ſeyn. Rechnet endlich den punctirten Inhalt D aus, ziehet ihn, wenn er kleiner iſt, von dem wahren Inhalte D = 5265° (nro. 1) ab; ſo habt ihr gefunden, um wie viel C dem D die Grenzen zu nahe gerückt habe: es ſeyn dieſes 250°.

Auflöſung des dritten Falles.

Nun könnet ihr den Schaden beſtimmen, welcher einem iedweden durch die Verrückung derer Grenzen iſt zugefügt worden.

Weil B von des A ſeinem Antheile 64° ſeit 27 Jahren beſeſſen, und von 120° iährlich 5 Rthl. gezogen werden, ſo rechnet

3.24.120° : 64.8 = 8 : 72 Rthl. muß daher B dem A erſetzen.
1 : 27.9

Weil C von des B Antheile 130° ſeit 30 Jahren beſeſſen, ſo:

1 (1
2.120 : 130 = 5 : 325 | 162 Rthl. 12 ggl. müſte C dem B erſetzen.
1 : 30.5 222

25
13

75
25

325

Weil C von des D Antheile 250° ſeit 8 Jahren im Beſitz gehabt, ſo:

1(1
3.120 : 250 = 5 : 280 | 83 Rthl. 8 ggl., welche C dem D erſetzen müſte.
1 8.2 33

Weil C aber dieſe Summen nicht erlegen kann, und daher an B und D Land davor abtreten ſoll, ſo berechnet, wie viel dieſes vor ieglichen Poſten betrage:

2.100

65
2.1ØØ : 12Ø.3 = 328 (=162 Rthl. 12 ggl.) : 195° muß er an B abtreten.
2 2

65
3
———
195

Ferner, wie viel er an D abtreten müſſe:

4
1ØØ : 12Ø = 25Ø (=83 Rthl. 8 ggl.) : 100° muß er an D abtreten.
3 3

Damit ihr nun zu der

Auflöſung des vierten Falles

gelangen, und

1) die neuen Grenzen nw beſtimmen möget, ſo dividiret den gefundenen Inhalt 100° durch die richtige Grenze nw (nro. 4. Auflöſ. des 2ten Falles). Es ſey nw = 55°. Alſo:

1
48
1ØØ00 | 1°8′2″ beynahe = der Höhe des Triangels,
5585
55

deſſen Grund-Linie 55°, der Inhalt aber 50° iſt. Wenn ihr daher zween ſolcher Triangel nach einander (§. 20) auf nw gegen D zu, traget; ſo ſind die neuen Grenzen hier gefunden.

Nun ſoll C

2) an B, vermöge der Auflöſung des dritten Falles, 195° abtreten. Dividiret alſo 195° durch ex, welche 60° ſeyn mag, ſo iſt
13
1Ø5Ø | 3°2′5″ = der Höhe eines Triangels, deſſen
666

Grund-Linie = 60°, der Inhalt aber $97\frac{1}{2}$° iſt. Wenn ihr daher deren zween, wie nro. 1 gegen B, von ex an, auf einander traget; ſo ſind auch hier die Grenzen beſtimmet.

3) Nun berechnet, wie viel einem ieden, nach der neuen Eintheilung, von dem ganzen Felde 1) nach dem Rheinländiſchen Maaße gebühre, 2) reduciret dieſes auf das alte Maaß, ſo wiſſet ihr ſolches auch nach dieſem.

A behält ſeinen Theil, weil ihm der Schaden mit Gelde erſetzt wird

A, 3428°
1836° hierzu
addiret 195°, welche ihm C abtreten muß,
ſo kommen vor B, 2031°,
von 1469°
ſubtrahiret 295°, welche er an B und D abtrit.
bleiben vor C 1174°,
zu 5265°
addiret 100°, welche C an D abtreten muß,
ſo kommen vor D 5365°. Addiret ihr nun A, B, C und D, ſo iſt

die Summe = 11998°. Dieſer Fehler von 2° kommt daher, daß wir in der Berechnung nicht alles ſo genau genommen haben; er kann aber, in Betracht eines Feldes von 12000°, füglich aus der Acht gelaſſen werden.

4) Reducitet einen ieden dieſer Inhalte auf das alte Maaß, wie folget:

1
188
49 857 1444(8
15.30.12000 : 9800 = 3428 : 41993 | $2799\frac{1}{2}$° Antheil des A.
49 15888
111
7713
3428
41993

12000:

```
         49                   33 (3
 12000 : 9800 = 2031 :  9981(9 | 1658⅔° Antheil des B.
 60               49    66660 |
                -----
                18279
                8124
                -----
                99519

                               3 (4
       60 : 49 = 1174 :  8782(6 | 958⅔° Antheil des C.
                   49    6660  |
                -----
                10566
                4696
                -----
                57526

                          11
                1073     1491(5
    12.60 : 49 = 8308 :  82877 | 4381½° Antheil des D.
                  49     12222 |
                -----     111
                 9657
                4292
                -----
                52577
```

Nun könnet ihr die Vergleichung der alten und neuen Eintheilung, ſo wohl nach dem alten als Rheinländiſchen Maaße, euch deutlicher in folgender Tabelle vorſtellen.

Antheil derer Beſitzer.	Alte Eintheilung.		Neue Eintheilung.	
	Rheinl. Maaß	alt Maaß	Rheinl. Maaß	alt Maaß
A	3428°	2800°	3428°	2799½°
B	1836°	1500°	2031°	1658⅔°
C	1469°	1200°	1174°	958⅔°
D	5265°	4300°	5365°	4381½°
ganzer Inhalt	11998°	9800°	11998°	9798⅓°

Auflöſung des fünften Falles.

Hier iſt weiter nichts nöthig, als daß aus den beiden Zahlen 12000 und 9800, welche einerley Inhalt anzeigen, die quadrat-Wurzel gezogen werde, und man ſchlieſſe: es verhalten ſich die Längen dieſer beiden Ruthen umgekehrt, wie die gefundenen quadrat-Wurzeln. Alſo:

```
1|2 0|0 0      |109, 54 beynahe.
1
-----
0 2 0 0 0
    2 0 9
  1 8 8 1
  ------------
    1 1 9|0 0
      2 1 8 5
    1 0 9 2 5
    ------------
        9 7 5 0 0
        2 1 9 0 4
        8 7 6 1 6
        ----------
          9 8 8 4 u. ſ. f.

9 8|0 0     |98, 99 beynahe.
8 1
-----
1 7 0 0
  1 8 8
1 5 0 4
---------
  1 9 6 0 0
    1 9 6 9
  1 7 7 2 1
  -----------
    1 8 7 9 0 0
      1 9 7 8 9
    1 7 8 1 0 1
    -----------
        9 7 9 9 u. ſ. f.
```

Folglich verhält ſich die Länge der alten Ruthe zu der Länge der Rheinländiſchen, wie 10954 zu 9899.

Wenn

Wenn ihr endlich dieſe Figur, welche ihr auf dem Papiere habt, auf dem Felde gehörig abſtecket; ſo iſt der Streit entſchieden.

§. 36.

Anmerkung.

Ich halte es vor überflüſſig, die fernere Anwendung von der Entſcheidung derer Grenz-Streitigkeiten bei denen übrigen beiden Figuren (Tab. IV. Fig. 10, 11) in würklichen Rechnungen zuzeigen; weil dieſe mit denen vorigen faſt einerley ſind, auſſer, daß eine iede Figur nach ihrer beſondern Art auf den Triangel reducirt und eingetheilt wird. Hat man daher die beiden Aufgaben (§. 24 und 25) wohl inne, ſo wird der Streit leicht entſchieden werden können; und ich darf nur bey dieſen beiden letzten Fällen die Anwendung derer vorhergehenden Aufgaben überhaupt zeigen. Iſt das Feld (Fig. 10) gehörig in Grund gelegt nebſt denen punctirten und ſtreitigen Eintheilungen, ſo reducirt man es auf den Triangel VIIa I, und ziehet mit a VII durch den Punct I auf der verlängerten ab die parallel-Linie I m. Die Kauf-Briefe werden addirt, nach der Verhältniß eines ieglichen zu ihrer Summe, die Linie a VII eingetheilt, und alle dieſe Theile (§. 24 in die Figur gebracht; ſo hat man ſo wohl die falſche als richtige Eintheilung auf dem Papiere. Darauf unterſucht man, indem ſo wohl der punctirte als richtige Inhalt eines ieglichen Theils ausgemeſſen wird, ob beide gleich ſind, oder nicht; da denn im erſtern Falle niemanden, im letztern aber entweder dem einen oder andern zu nahe geſchehen iſt. Sind nun alle Beſitzer unter einander ſtreitig, ſo fängt man die Unterſuchung von demienigen Theile an, welcher in der Figur der äuſſerſte iſt, entweder von dem Theile Iab u. ſ. w. oder VII lk 6 VI, und nimt einen nach dem andern vor, ſo wie ſie in der Reihe folgen. Wir wollen den Theil Iab A, die folgenden B, C, D u. ſ. f. nennen. Iſt der punctirte Inhalt A gegen ſeinen wahren Inhalt zu groß, ſo iſt A dem B, iſt er aber zu klein, B dem A zu nahe gekommen: und der Unterſcheid zeigt allemal, wie groß der Schade ſo wohl auf der einen als auf der andern Seite ſey: aus welchem Unterſcheide denn derſelbe und der Zeit, da er geſchehen iſt, die Erſetzung deſſelben muß berechnet werden. Hat man nun berechnet, wie viel A z. E. zu viel hat, ſo wird dieſes zu dem punctirten Inhalte B addirt; hat iener zu wenig von eben dieſem Inhalte abgezogen, und auf dieſe Weiſe die Grenze B gegen A zu iuſtirt. Die Summe oder der Unterſcheid wird gegen den wahren Inhalt von B gehalten: iſt nun eins von beiden Tab. IV. Fig. 10.

ent-

entweder gröſſer oder kleiner; ſo hat C im erſtern Falle zu wenig, im andern aber zu viel, und der Unterſcheid zeigt ferner, wie viel er noch bekommen oder herausgeben müſſe. Wenn ſo mit denen übrigen Theilen bis zu Ende fortgefahren wird; ſo wird klahr, um wie viel ieglicher Theil zu groß oder zu klein, und welcher Nachbar dem andern zu nahe gekommen ſey: woraus denn die Erſetzung des Schadens entweder mit Gelde oder Acker kann beſtimmet werden, wie aus dem vorhergehenden §pho erhellet. Sind aber nur einige Nachbarn mit einander ſtreitig, ſo fängt man bey demienigen Theile an, wo die Grenzen ſtreitig ſind, und verfährt im übrigen, wie gelehrt worden.

Tab. IV. Fig. 11. Was die Unterſuchung und Entſcheidung derer Streitigkeiten in ſolchem Falle betrift, da die Theile mit einander parallel ſind, ſo wird hier eben ſo, wie in denen vorhergehenden Fällen verfahren, nur, daß die richtige Anwendung der Formel genau beobachtet wird. Sollen demnach die Theile nach einander in die Figur getragen werden, ſo iſt zumerken, daß der hineinzutragende Theil, welcher, wenn das Maaß verſchieden, nach der erſten Auflöſung des vorhergehenden §phen iſt berechnet worden, allemal in der Formel $= a^2$, die Linie aber, auf welche derſelbe getragen wird, $= b$ geſetzt werde. Wollet ihr z. E. den Theil ſo hineintragen, da ihr den Theil pb ſchon beſtimmet habt, ſo iſt $po = b$ u. ſ. w. Uebrigens habt ihr bey dieſer Figur die Bequemlichkeit, daß ihr des vielen addirens, ſubtrahirens und doppelten Berechnung eines ieglichen Theils überhoben werdet. Denn, wenn ihr die richtige Eintheilung gemacht habt, und es ſind die punctirten Grenzen gleichfalls einander parallel, ſo dürfet ihr nur den Raum zwiſchen ieglichen zween Linien, welche einerley Grenze vorſtellen ſollen, ausrechnen, ſo habt ihr gleich den Unterſcheid auf eine merklich leichtere Art. In denen übrigen Fällen hat man dieſe Kürze nicht, ſondern muß den Inhalt zwiſchen beiden Grenzen ſo wohl den punctirten als den richtigen gefunden haben, ehe man ſehen kann, welcher von beiden gröſſer iſt. Dieſes kommt daher, weil die Grenzen einer Figur füglich können verändert werden, ohne daß dadurch der Inhalt derſelben geändert wird, im Falle dieſelben nicht parallel verlangt werden, ſondern einander durchſchneiden können; ſollen ſie aber parallel ſeyn, ſo findet keine Veränderung ſtatt.

E N D E.

Tab. I.

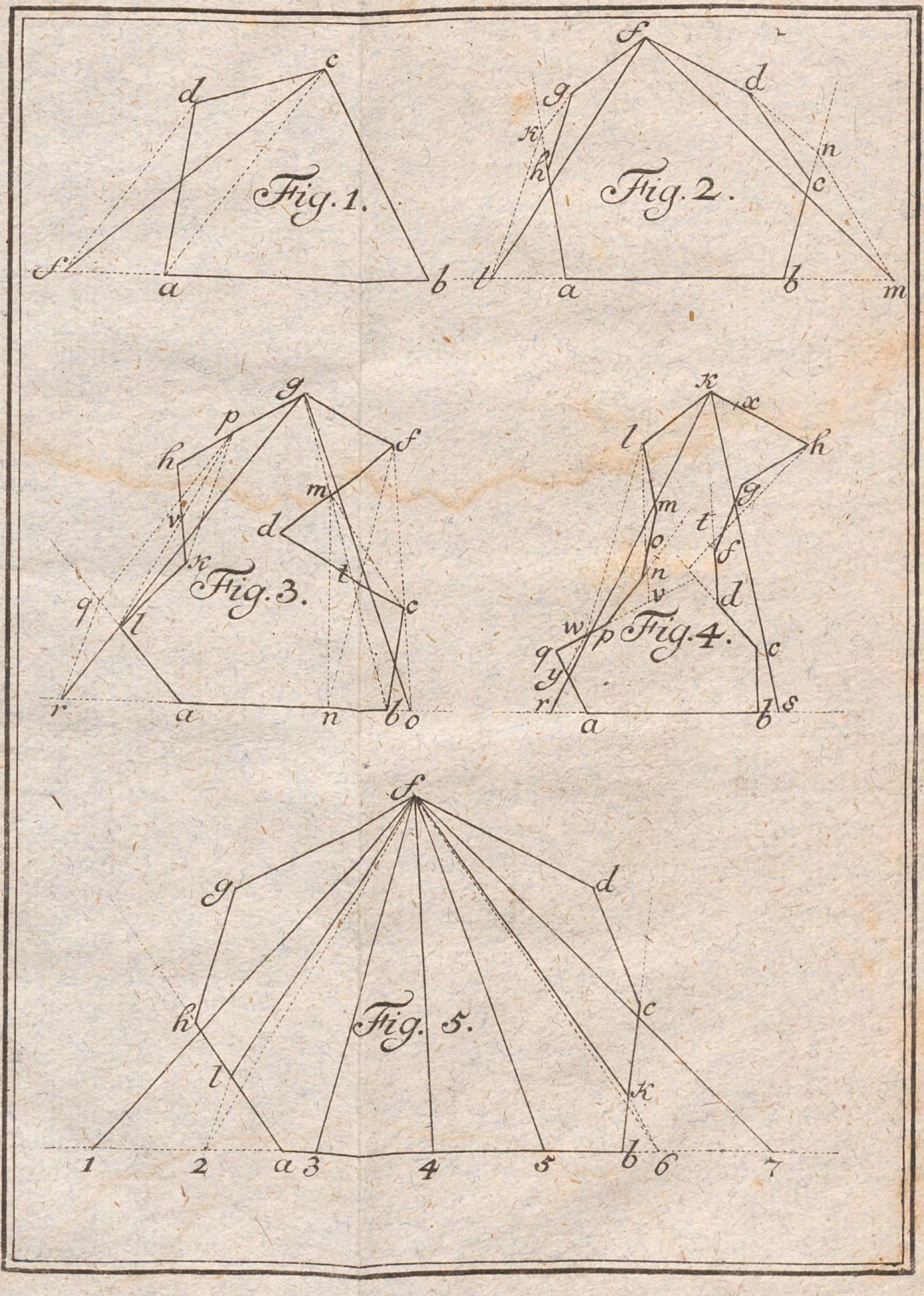


Fig. 1.
c
d
f
a
b
Fig. 2.
f
g
d
k
h
n
c
l
a
b
m
Fig. 3.
g
p
f
h
m
d
v
k
t
c
q
l
r
a
n
b
o
Fig. 4.
k
x
l
h
g
m
t
o
f
n
v
d
w
p
q
c
y
r
a
b
s
Fig. 5.
f
g
d
h
c
l
k
1
2
a
3
4
5
b
6
7

Tab. II.

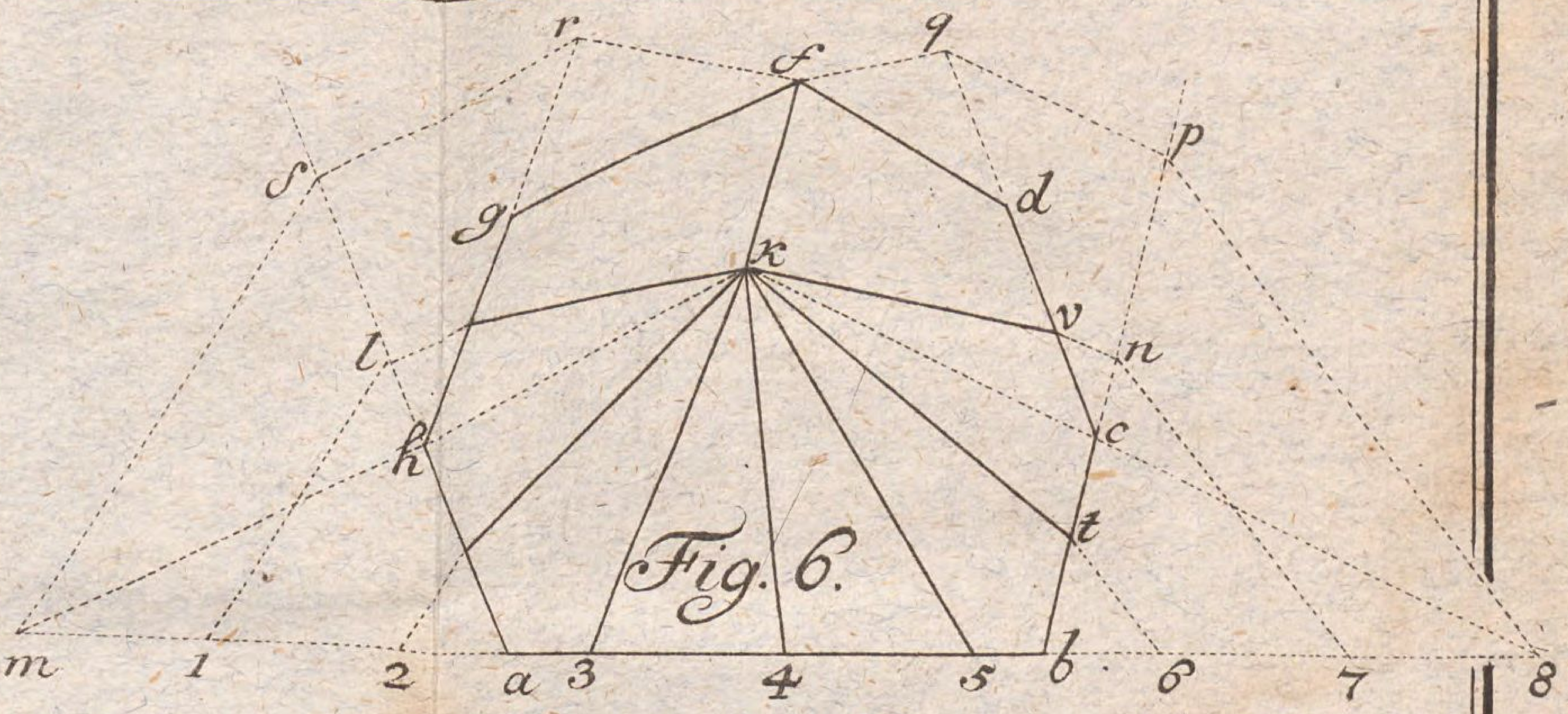


Fig. 6.

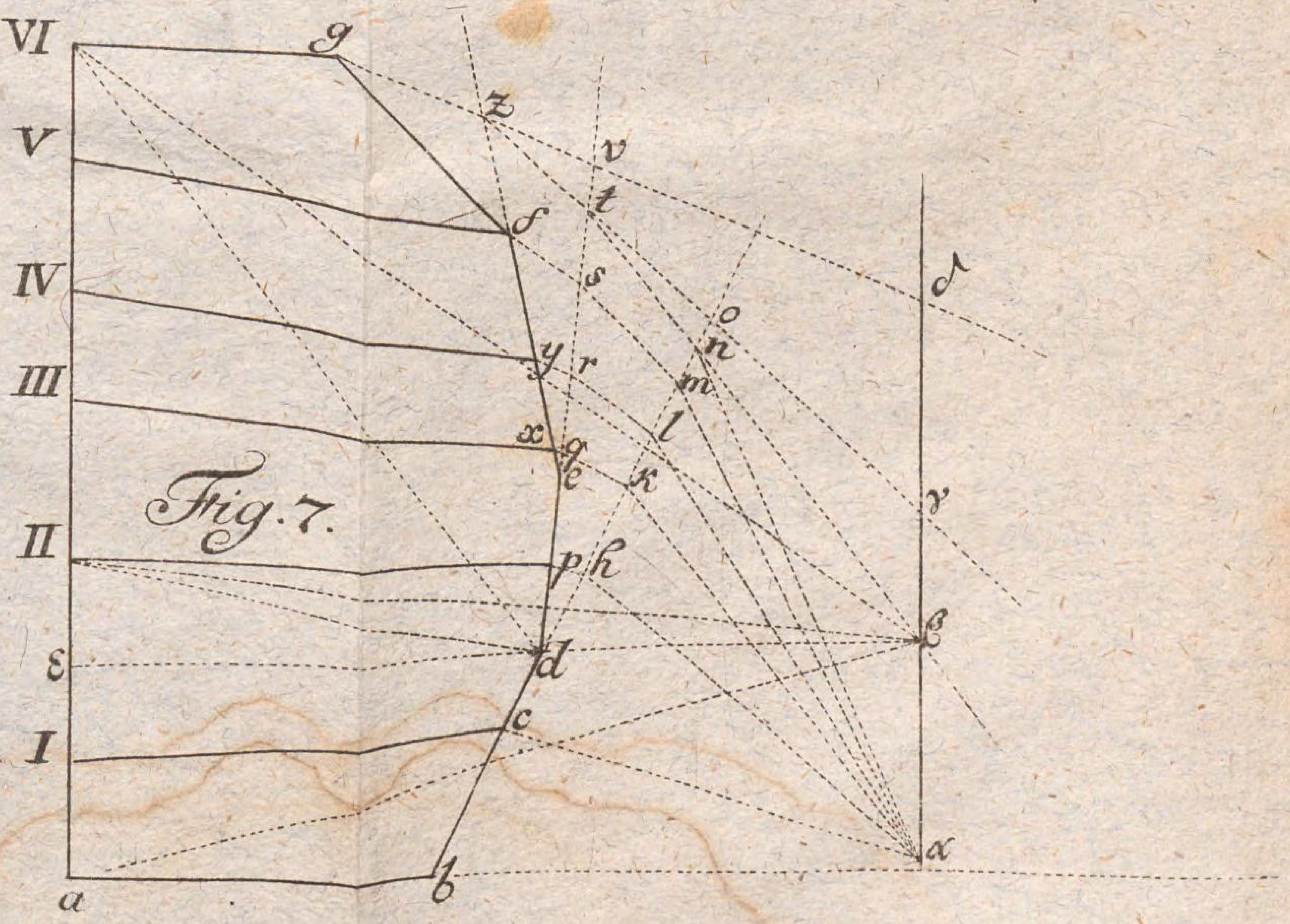


Fig. 7.

Tab. III.

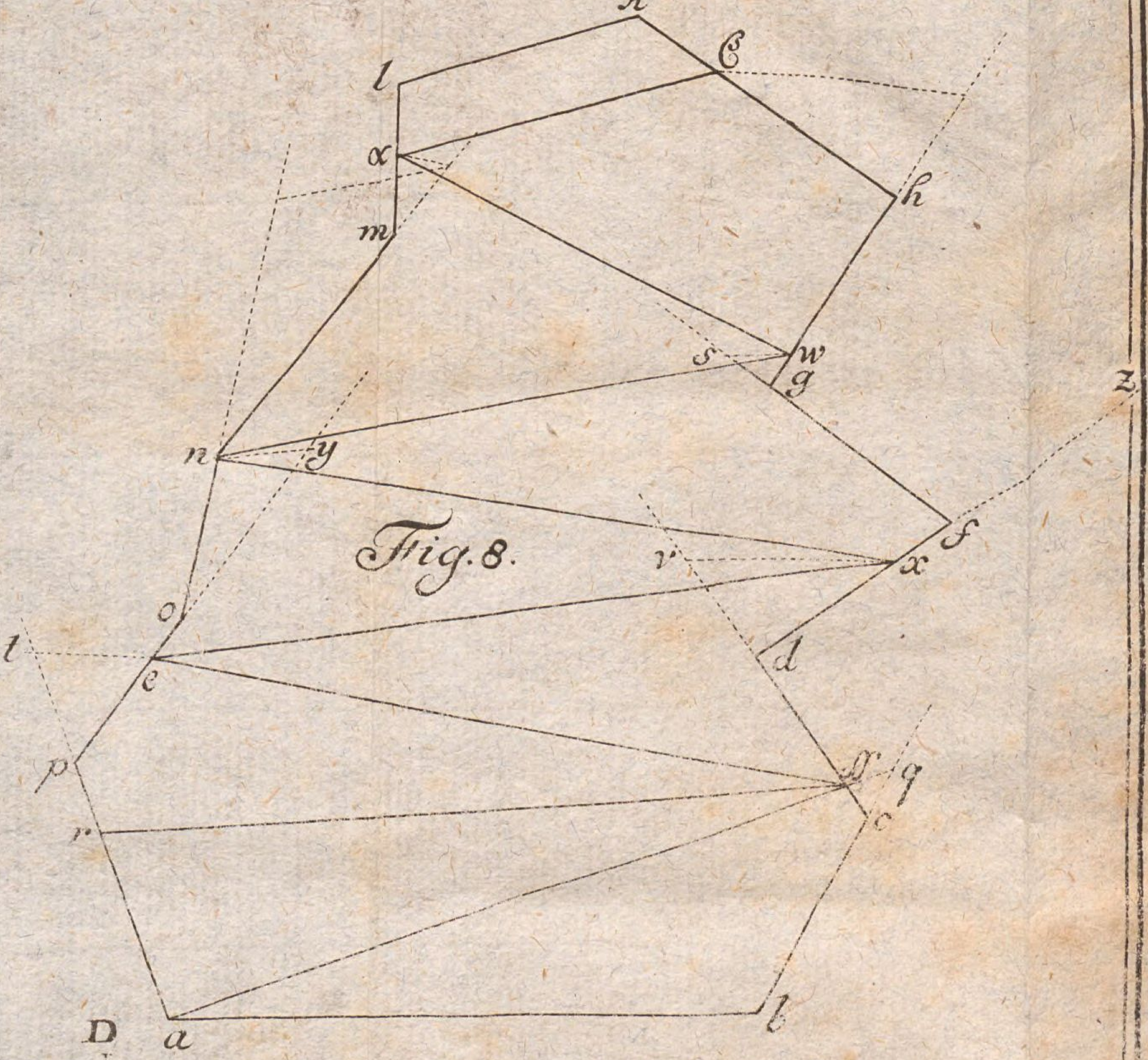


Fig. 8.

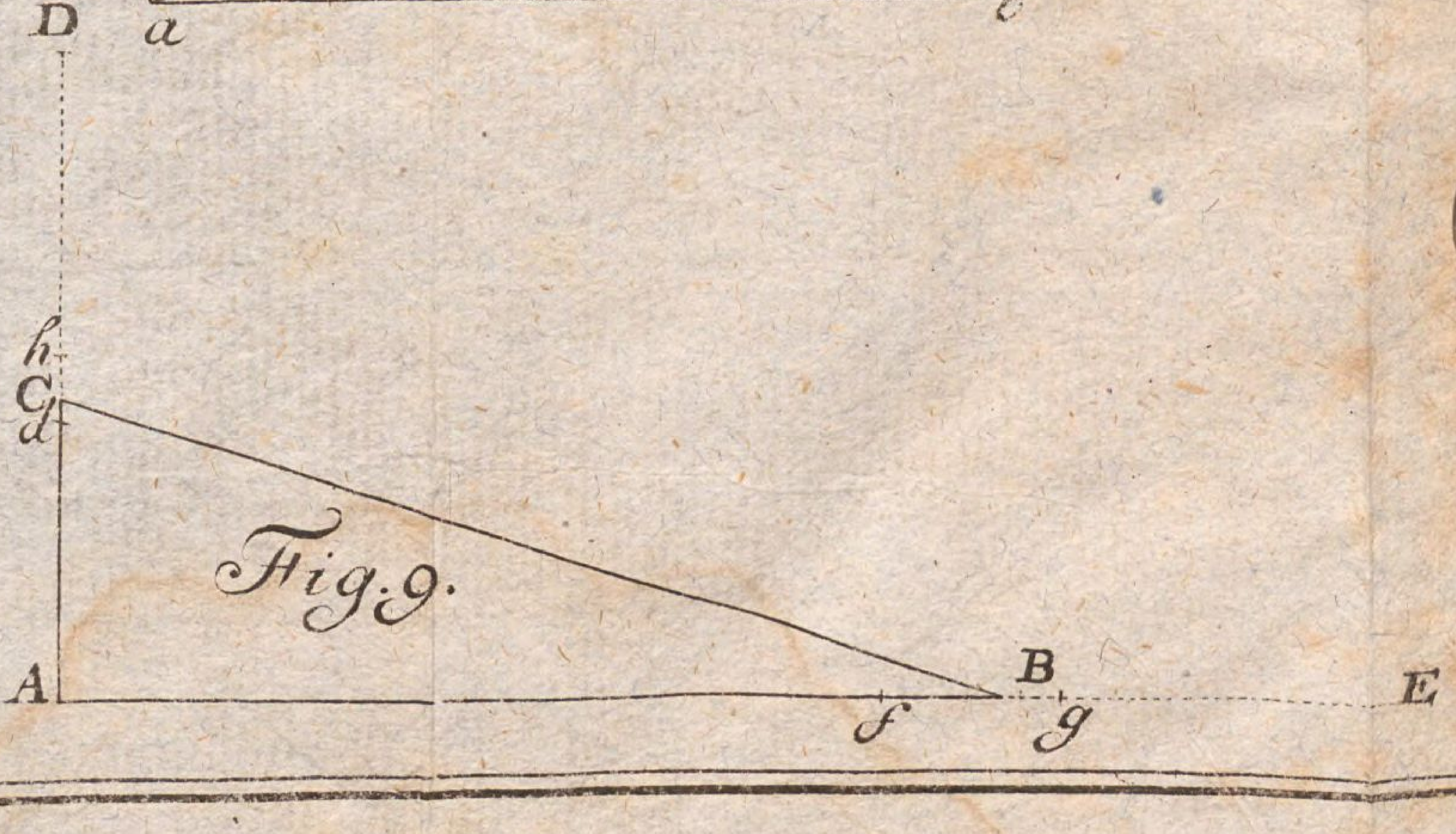
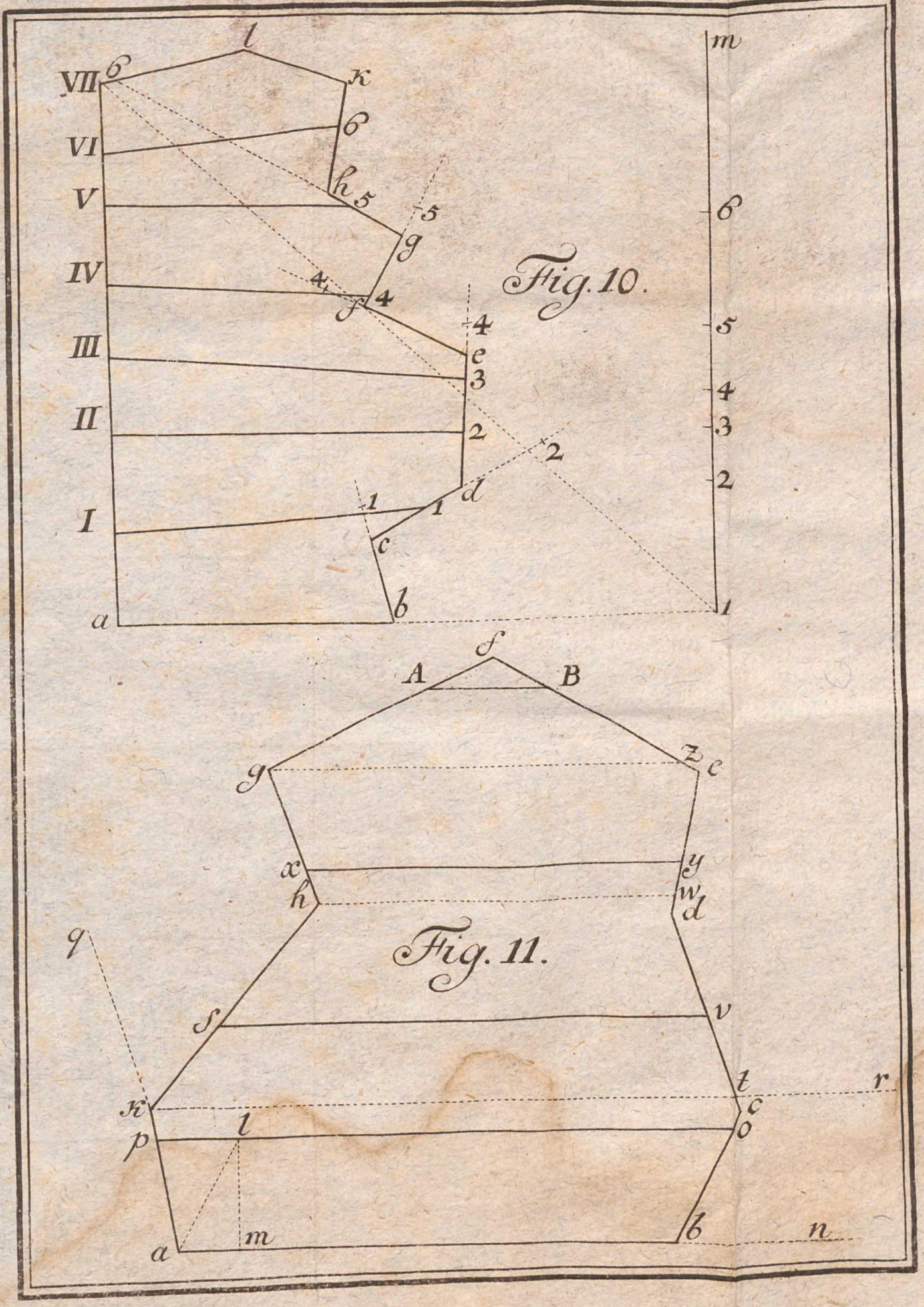


Fig. 9.

Tab. IV.



BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wilke, Christian Heinrich,

Neue und erleichterte Methode, den Inhalt geradelinichter Flächen zufinden,
und dieselben ohne Rechnung einzutheilen Besonders vortheilhaft auf die
Entscheidung derer Grenz-Streitigkeiten angewendet

Halle im Magdeburgischen 1757

4 Math.p. 395
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053954-9
VD18 10405119